模拟训练题（一）

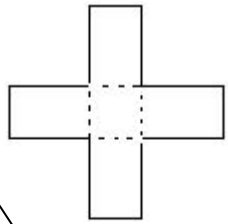
一、填空题

1. 计算:8+98+998+9998+99998=________.

2. 在 947 后面添上三个不同的数字,组成一个被 2、3、5 同时整除的最小的六位数,这个数是_____.

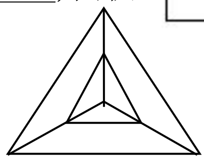
3. 请给出 5 个质数,把它们按从小到大的顺序排列起来,使每相邻的两个数都相差 6.______________.

4. 有两张同样大小的长方形纸片,长 10 厘米,宽 3 厘米,把它们按图所示的方法叠合贴在一起,贴好后所成的“十”字图形,它的周长是_____,面积是_____.



5. 100 个 3 连乘的积减去 5,所得的差的个位数字是______.

6. 图中共有______个三角形.



7. 用一个小数减去末位数字不为零的整数,如果给整数添上一个小数点,使它变成小数,差就增加 154.44, 这个整数是______.

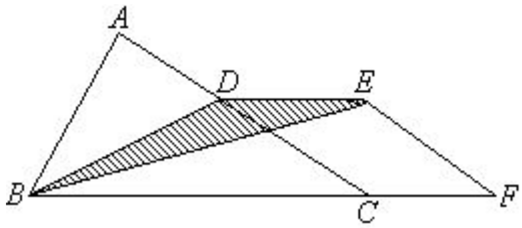
8. 根据下边竖式中给出的数,在各个小方框内填上合适的数,使这个多位数乘法竖式完整.那么,乘积为______.

$$\begin{array}{r} \square\ \square\ 5 \\ \times\quad 3\ \square\ \square \\ \hline \square\ \square\ 0 \\ 2\ \square\ \square\ 5 \\ \square\ 0\ \square \\ \hline \square\ \square\ 5\ \square\ 0 \end{array}$$

9. 某公园的门票是每人 10 元,30 人以上(含 30 人)可以买团体票,按 7 折优惠,即每人 7 元.最少____人时买团体票比买普通票便宜.

10. 两个自然数 X 、Y 的最大公约数是 14,最小公倍数是 280,它们的和 $X+Y$ 是______.

二、解答题



11. 已知图中三角形 ABC 的面积为 1998 平方厘米,是平行四边形 $DEFC$ 面积的 3 倍.那么,图中阴影部分的面积是多少?

12. 小明上学期期末考试,数学、语文、英语三科的平均成绩是 92 分.如果不算数学成绩两科平均成绩比三科的平均成绩低 2 分,而英语成绩比语文成绩高 3 分,小明这三科考试成绩各是多少?

13. 若自然数 P, $2P+1$, $4P+1$ 都是素数,那么,$8P^5+55=?$

14. A、B、C、D、E 五位同学各自从不同的途径打听到中南地区小学五年级通讯赛获得第一名的那位同学的情况（具体列表如下）:

A 打听到:	姓李,是女同学,年龄 13 岁,广东人
B 打听到:	姓张,是男同学,年龄 11 岁,湖南人
C 打听到:	姓陈,是女同学,年龄 13 岁,广东人
D 打听到:	姓黄,是男同学,年龄 11 岁,广西人
E 打听到:	姓张,是男同学,年龄 12 岁,广东人

实际上获得第一名的那位同学姓什么、性别、年龄、哪里人这四项情况真的在上表中已有,而五位同学所打听到的情况,每人都仅有一项是正确的.

请你据此推断这位获第一名的同学?

答 案:

1. 111100.

8+98+998+9998+99998
=(98+2)+(998+2)+(9998+2)+(99998+2)
=100+1000+10000+100000
=111100.

2. 947130.

要想使组成的这个六位数能被 5 整除,尾数只能是 0 或 5,又这个六位数能被 2 整除.因此尾部应为偶数,故个位为 0,要使这个六位数最小,那么它的百位只能是 1,(如果是 0,0 会和末位的 0 重复),同理,满足题目要求的十位是 3,这个数是 947130.

3. 5,11,17,23,29.

4. 40 厘米,51 平方厘米.

“十”字图形的周长为 2 个纸片,周长的和减去重叠部分正方形的周长,为

(2×10+2×3)×2-4×3=40(厘米)

“十”字图形的面积为 2 个纸片,面积的和减去重叠部分正方形的面积,为

10×3×2-3×3=51(平方厘米)

5. 6.

先考虑 4 个 3 的情况:3×3×3×3=81,末尾为 1,100÷4=25,即 100 个 3 连乘的积就相当于 25 个 81 连乘的积.因为 1 乘以 1 等于 1,所以,100 个 3 连乘的积的个位数字一定是 1,减去 5,不够减,向十位借 1,11-5=6.所以,所求答案为 6.

6. 8.

单个小块的三角形有 3 个,两小块拼成的三角形有 3 个,三小块拼成的三角形有 1 个,六小块拼成的三角形有 1 个,故图中共有 3+3+1+1=8(个)三角形.

7. 156.

因为差增加 154.44, 可知这个整数一定比原数缩小了 100-1=99(倍).
154.44÷99=1.56,所求原数为 156.

8. 92590.

首先考虑被乘数$\overline{ab5}$的百位数字,由$\overline{ab5}$ ×3 是十位数字为 0 的三位数知$a \le 3$.若a=3,由$\overline{ab5}$ ×3 的十位数字为 0 知b=3,此时$\overline{ab5}$ ×3=1005 不是三位数,故$a \ne 3$;若a=1,则$\overline{ab5}$ ×□<200 ×9=1800,不会是千位为 2 的四位数,故$a \ne 1$,因此a=2.
易知乘法算式为 235×394=92590.

9. 22.

30 人的团体票为 7×30=210(元),可以买普通票 210÷10=21(张),所以最少 22 人时买团体票要比买普通票便宜.

10. 126 或 294.
设 $x=14a$, $y=14b$, 由 14 ab =280, 推知 $a\times b=20$. 因为 a,b 互质, 所以, $a=1$
$b=20$ 或 $a=4$, $b=5$. 推知 $x+y=14(a+b)$ =126 或 294.

11. 在平行四边形 $DEFC$ 中, DE 与 BF 平行, 因此阴影部分 (ΔDBE) 的面积为: $S_{\square DEFC}\div 2=(S_{\Delta ABC}\div 3)\div 2=(1998\div 3)\div 2=333$ (平方厘米).

12. 小明的数学成绩是 92×3-(92-2)×2=96(分);小明的英语成绩是[(92-2)×2+3]÷2=91.5(分);小明的语文成绩是(92-2)×2-91.5=88.5(分).

13. 设素数 p 除以 3 的余数为 r , 令 $p=3k+r$, (k 为整数, r =0, 1, 2).
若 r =1, 则 $k\geq 1$, 此时 2 p +1=2(3 k +1)+1=3(2 k +1)与 2 p +1 为素数产生矛盾.
若 r =2, 则 $k\geq 0$, 此时 4 p +1=4(3 k +2)+1=3(4 k +3)与 4 p +1 为素数产生矛盾.
故 r =0, p =3 k , 由 p 为素数知 k =1, p =3. 因此, $8P^5+54=8\times 3^5+55=1999$.

14. 由于五位同学打听到的情况, 每人仅有一项是正确的, 所以, 这位获第一名的同学不可能姓李或陈, 这是因为 A, C 打听到的情况除了姓什么不一样外其他都一样, 如姓李是正确的, 那么就不是女同学, 不是 13 岁, 不是广东人, 这样 C 打听到的姓陈又是正确的, 互相矛盾. 如果姓张, B, E 打听到的姓什么是正确的, 其他是不正确的, 即不是男同学, 不是 11, 12 岁, 不是湖南人, 广东人. 那么, 只能是女同学, 13 岁, 广西人. 这样, A 打听到的就有两项是正确的, 显然矛盾, 那么, 最后剩下 D , D 打听到的姓黄应是正确的. 又由 D 知不是男同学, 是女同学; 再看 A 和 D 可知年龄不是 11 岁, 13 岁, 不是广东人也不是广西人, 而是 12 岁, 湖南人.
综上所述, 获第一名的同学: 姓黄, 女, 12 岁, 湖南人.

模拟训练题(二)

一、填空题

1. 计算:211×555+445×789+555×789+211×445=______.

2. 纽约时间是香港时间减 13 小时,你与一位在纽约的朋友约定,纽约时间 4 月 1 日晚上 8 时与他通话,那么在香港你应____月____日____时给他打电话.

3. 3 名工人 5 小时加工零件 90 件,要在 10 小时完成 540 个零件的加工,需要工人____人.

4. 大于 100 的整数中,被 13 除后商与余数相同的数有____个.

5. 移动循环小数 5.0858$\dot{6}\dot{3}$的前一个循环点后,使新的循环小数尽可能大.这个新的循环小数是______.

6. 在 1998 的约数(或因数)中有两位数,其中最大的数是______.

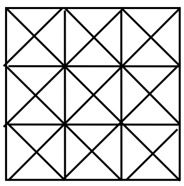
7. 狗追狐狸,狗跳一次前进 1.8 米,狐狸跳一次前进 1.1 米.狗每跳两次时狐狸恰好跳 3 次,如果开始时狗离狐狸有 30 米,那么狗跑_____米才能追上狐狸.

8. 在下面(1)、(2)两排数字之间的“□”内,选择四则运算中的符号填入,使(1)、(2)两式的运算结果之差尽可能大.那么差最大是_____.

(1)1□2□3□4□5□6□7=

(2)7□6□5□4□3□2□1=

9. 下图中共有____个长方形(包括正方形).

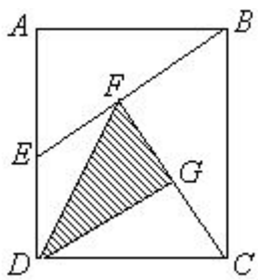


10. 有一个号码是六位数,前四位是 2857,后两位记不清,即 2857□□.但是我记得,它能被 11 和 13 整除,那么这个号码是_____.

二、解答题

11. 有一池泉水,泉底不断涌出泉水,而且每分钟涌出的泉水一样多.如果用 8 部抽水机 10 小时能把全池泉水抽干,如果用 12 部抽水机 6 小时能把全池泉水抽干,那么用 14 部抽水机多少小时能把全池泉水抽干?

12. 如图,$ABCD$ 是长方形,其中 $AB=8$, $AE=6$, $ED=3$. 并且 F 是线段 BE 的中点,G 是线段 FC 的中点.求三角形 DFG(阴影部分)的面积.



13. 从 7 开始,把 7 的倍数依次写下去,一直 994,成为一个很大的数:
71421……987994.这个数是几位数?如果从这个数的末位数字开始,往前截去 160 个数字,剩下部分的最末一位数字是多少?

14. 两人做一种游戏:轮流报数,报出的数只能是 1,2,3,4,5,6,7,8.把两人报出的数连加起来,谁报数后,加起来的数是 123,谁就获胜,让你先报,就一定会赢,那么你就第一个数报几?

答 案:

1. 1000000.

$211\times555+445\times789+555\times789+211\times445$

$=211\times(555+445)+789\times(445+555)$

$=211\times1000+789\times1000$

$=(211+789)\times1000$

$=1000\times1000$

$=1000000$

2. 4 月 2 日上午 9 时.

3. 9.

$5\div10\div(90\div3\div5)=9$(人).

4. 5.

$13\times7+7=98<100$,商数从 8 开始,但余数小于 13,最大是 12,有 $13\times8+8=112$,$13\times9+9=126$,$13\times10+10=140$, $13\times11+11=154$, $13\times12+12=168$,共 5 个数.

5. $5.085\dot{8}6\dot{3}$.

6. 74.

因为 $1998=2\times3\times3\times3\times37$,易知最大的两位约数是 74.

7. 360.

狗跳 2 次前进 $1.8\times2=3.6$(米),狐狸跳 3 次前进 $1.1\times3=3.3$(米),它们相差 $3.6-3.3=0.3$(米),也就是狗每跳 3.6 米时追上 0.3 米. $30\div0.3=100$ 即狗跳 $100\times2=200$(次)后能追上狐狸.所求结果为 $1.8\times200=360$(米).

8. 5041.

(1)式最大为 $1+2\times3\times4\times5\times6\times7=5041$,

(2)式最小为 $7+6-5-4-3-2+1=0$.

9. 87.

首先考虑水平放置的长方形,共有 $(1+2+3)\times(1+2+3)=36$(个);

再考虑边与大正方形的对角线垂直的长方形,在 4×2 的长方形中共有长方形 $(1+2+3+4)\times(1+2)=30$(个);两个 4×2 的长方形的重叠部分 2×2 的正方形中有长方形 $(1+2)\times(1+2)=9$(个).因此斜着的长方形共有 $30\times2-9=51$(个).

故图中共有长方形 $36+51=87$(个).

10. 285714.

$285700\div(11\times13)=1997$ 余 129.

余数 129 再加 14 就能被 143 整除,故后两位数是 14.

11. 设每部抽水机每小时抽水量为 1 个单位,则泉水每小时涌出 $(8\times10-12\times6)\div(10-6)=2$ 个单位,一池泉水有 $8\times10-2\times10=60$ 个单位.用 14 部抽水机抽水时,有 2 部抽水机专门抽泉底涌出的泉水,因此要把全池泉水抽干需 $60\div(14-2)=5$(小时).

12. $S_{梯形BCDE}=[3+(3+6)]\times8\div2=48$.

$S_{\Delta BDE}=3\times8\div2=12$($CD$ 是它的高).

F 是 BE 中点, $S_{\Delta DEF}=\frac{1}{2}S_{\Delta BDE}=6$.

$S_{\Delta BFC}=S_{\Delta BEC}\div2=(S_{ABCD}\div2)\div2$

$=(6+3)\times 8\div 2\div 2=18$.

$S_{\Delta DCF}=S_{梯形BCDE}-S_{\Delta DEF}-S_{\Delta BFC}=48-6-18=24$.

$S_{\Delta DFG}=S_{\Delta FDC}\div 2=12$.

13. 通过分析可知:一位数中能被7整除的数9÷7=1……2只有一个;二位数中能被7整除的数99÷7=14……1,14-1=13,有13个;三位数中被7整除的数999÷7=142……,142-13-1=128,有128个.显然,这个数的位数可求,位数为1+13×2+128×3=411(位).

因为128×3=384,384>160,所以截去的160个数字全是三位数中能被7整除的数,160÷3=53……1,又知三位数中能被7整除的数为142个,那么142-53=89,89×7=623,因为被截去的160个数字是53个能被7整除的三位数多一个数字,而多的这个数字就是3,那么剩下的最末一位数字就是2,2即为所求.

14. 对方至少要报数1,至多报数8,不论对方报什么数,你总是可以做到两人所报数之和为9.

123÷9=13……6.

你第一次报数6.以后,对方报数后,你再报数,使一轮中两人报的数和为9,你就能在13轮后达到123.

模拟训练题(三)

一、填空题

1. 按规律填数:

(1)2、7、12、17____、____.

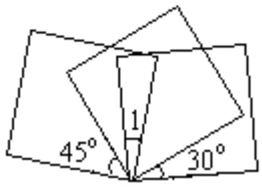
(2)2、8、32、128____、____.

2. 一家工厂的水表显示的用水量是 71111 立方米,要使水表显示的用水量的五位数中有四个数码相同,工厂至少再用水_____立方米.

3. 一座楼高 6 层,每层有 16 个台阶,上到第四层,共有台阶____个.

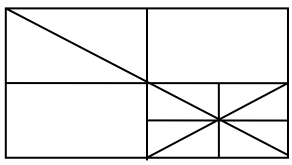
4. 芸芸做加法时,把一个加数的个位上的 9 看作 8,十位上的 6 看作 9,把另一个加数的百位上的 5 看作 4,个位上的 5 看作 9,结果和是 1997,正确的结果应该是_____.

5. 三个正方形的位置如图所示,那么∠1=_____度.



6. 计算: $\underbrace{99\cdots9}_{1999个9}\times\underbrace{99\cdots9}_{1999个9}+1\underbrace{99\cdots9}_{1999个9}$后所得的结果末尾有____个零.

7. 数一数,图中有____个直角三角形.



8. 三个同学到少年宫参加课外活动,但活动时间不相同,甲每隔 3 天去一次,乙每隔 5 天去一次,丙每隔 9 天去一次,上次他们三人在少年宫同时见面时间是星期五,那么下次三人同时在少年宫见面是星期____.

9. 一辆卡车运矿石,晴天每天可运 20 次,雨天每天能运 12 次,它一连几天运了 112 次,平均每天运 14 次,那么这几天中有____天有雨.

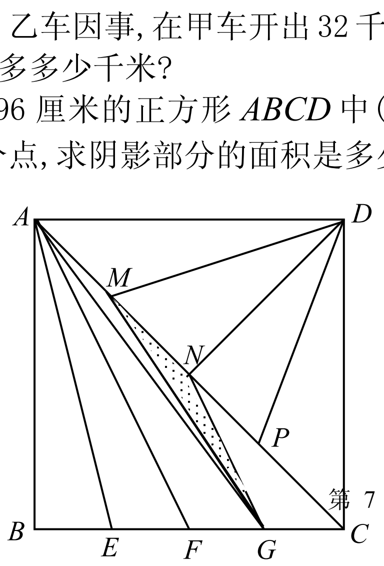
10. 将 1,2,3,4,5,6,7,8 这八个数字填入下面算式的八个“□”内(每个数字只能用一次),使得数最小,其最小得数是____.

□□.□□-□□.□□

二、解答题:

11. 甲、乙两地相距 352 千米.甲、乙两汽车从甲、乙两地对开.甲车每小时 36 千米,乙车每小时行 44 千米.乙车因事,在甲车开出 32 千米后才出发.两车从各自出发起到相遇时,哪辆汽车走的路程多?多多少千米?

12. 在边长为 96 厘米的正方形 $ABCD$ 中(如图), E,F,G 为 BC 上的四等分点, M,N,P 为 AC 上的四等分点,求阴影部分的面积是多少?



13. 有甲、乙、丙、丁 4 位同学,甲比乙重 7 千克,甲与乙的平均体重比甲、乙、丁 3 人的平均体重多 1 千克,乙、丙、丁 3 人平均体重是 40.5 千克,乙与丙平均体重是 41 千克,问这 4 人中,最重的同学体重是多少千克?

14. 从 A,B,C,D,E,F 六位同学中选出四位参加数学竞赛有下列六条线索:

(1) A,B 两人中至少有一个人选上;

(2) A,D 不可能一起选上;

(3) A,E,F 三人中有两人选上;

(4) B,C 两人要么都选上,要么都选不上;

(5) C,D 两人中有一人选上;

(6)如果 D 没有选上,那么 E 也选不上.

你能分析出是哪四位同学获选吗?请写出他们的字母代号.

答 案

答　案:

1.　(1)22,27.　　　(2)512,2048.

(1)可以看成由 2,12,⋯及 7,17,⋯两列数组成的,每列数的后一项都比前一项多 10,12 的后一项是 22,17 的后一项是 27.

(2)从第二项起,每一项都是前一项的 4 倍.

2.　666.

至少再用水 71777-71111=666(立方米).

3.　48.

相邻两层之间有 16 个台阶,上到第四层有 16×3=48(个)台阶.

4.　2064.

个位上的 9 看作 8,少看了 1,十位上的 6 看作 9,多看了 30,⋯

因此,正确的结果是 1997+1-30+100-4=2064.

5.　15.

$\angle 1=(90^0-45^0)+(90^0-30^0)-90^0=15^0$.

6.　3998.

$$\underbrace{99\cdots9}_{1999个9}\times\underbrace{99\cdots9}_{1999个9}+1\underbrace{99\cdots9}_{1999个9}$$

$$=\underbrace{99\cdots9}_{1999个9}\times\underbrace{99\cdots9}_{1999个9}+\underbrace{99\cdots9}_{1999个9}+1\underbrace{00\cdots0}_{1999个0}$$

$$=\underbrace{99\cdots9}_{1999个9}\times(\underbrace{99\cdots9}_{1999个9}+1)+1\underbrace{00\cdots0}_{1999个0}$$

$$=\underbrace{99\cdots9}_{1999个9}\times1\underbrace{00\cdots0}_{1999个0}+1\underbrace{00\cdots0}_{1999个0}$$

$$=1\underbrace{00\cdots0}_{1999个0}\times(\underbrace{99\cdots9}_{1999个9}+1)$$

$=1\underbrace{00\cdots0}_{1999个0}\times1\underbrace{00\cdots0}_{1999个0}$

$=1\underbrace{00\cdots0}_{3998个0}$

7. 16.

记最小的三角形的面积为 1 个单位,则面积为 1 的直角三角形有 8 个,面积为 4 的直角三角形有 6 个,面积为 16 的直角三角形有 2 个,故图中共有直角三角形 8+6+2=16(个).

8. 二.

甲每 4 天去一次,乙每 6 天去一次,丙每 10 天去一次.又 4,6,10 的最小公倍数为 60,即下次三人同时在少年宫见面应是 60 天后,而 60=7×8+4,故在星期五之后 4 天,即星期二.

9. 6.

共运了 112÷14=8(天),如果每天都是晴天一共应该运 8×20=160(次),现在只运了 112 次,少运了 160-112=48(次),有雨天 48÷(20-12)=6(天).

10. 2.47

要使差尽可能小,被减数的十位数字比减数的十位数字大 1 即可,此时被减数应尽可能小,减数应尽可能大,因此被减数为□1.23,减数为□8.76,故最小得数为 51.23-48.76=2.47.

11. 首先求出相遇时间:

(352-32)÷(36+44)=4(小时),

甲车所行距离 36×4+32=176(千米),

乙车所行距离 44×4=176(千米).

所以,甲、乙两车所行距离相等,即两辆汽车走的路程一样多.

12. 因为 $GC=\frac{1}{4}BC$,

所以, $S_{\Delta ACG}=\frac{1}{4}S_{\Delta ABC}=\frac{1}{4}\times\frac{1}{2}\times96\times96=1152(cm^2)$.

又 $MN=\frac{1}{4}AC$,所以阴影部分面积为 $S_{\Delta GMN}=\frac{1}{4}S_{\Delta ACG}=\frac{1}{4}\times1152$=288($cm^2$)

13. 从乙、丙、丁三人平均体重 40.5 千克,与乙、丙平均体重 41 千克,求出丁的体重是 41-(41-40.5)×3=39.5(千克).

再从甲、乙平均体重比甲、乙、丁三人平均体重多 1 千克,算出甲、乙平均体重是 39.5+1×3=42.5(千克).

甲比乙重 7 千克,甲是 42.5+7÷2=46(千克),乙是 39 千克,丙的体重是 41×2-39=43(千克).

故最重是甲,体重是 46 千克.

14. 假设 D 选上,由(2)知 A 没有选上,由(1)知 B 选上,由(4)知 C 也选上,这与(5)产生矛盾.因此 D 没选上,由(6)知 E 没有选上,因此,选上的四位同学是 A,B,C,F.

模拟训练题(四)

一填空题:

1. 计算 102÷[(350+60÷15)÷59×17]=______.

2. 甲、乙、丙三位同学讨论关于两个质数之和的问题.甲说:“两个质数之和一定是质数.”乙说:“两个质数之和一定不是质数.”丙说:“两个质数之和不一定是质数.”他们当中,谁说得对?答:_____.

3. a 是一个四位小数,四舍五入取近似值为 4.68, a 的最大值是_____.

4. 有数组:(1,1,1),(2,4,8),(3,9,27),……,那么第 1998 组的三个数之和的末两位数字之和是_____.

5. 某个大于 1 的自然数分别除 442,297,210 得到相同的余数,则该自然数是_____.

6. 甲、乙、丙三种糖果每千克的价格分别是 9 元,7.5 元,7 元.现把甲种糖果 5 千克,乙种糖果 4 千克,丙种糖果 3 千克混合在一起,那么用 10 元可买_____千克这种混合糖果.

7. 某自然数是 3 和 4 的倍数,包括 1 和本身在内共有 10 个约数,那么这自然数是_____.

8. 一个月最多有 5 个星期日,在一年的 12 个月中,有 5 个星期日的月份最多有_____个月.

9. 某钟表,在 7 月 29 日零点比标准时间慢 4 分半,它一直走到 8 月 5 日上午 7 时,比标准时间快 3 分,那么这只表所指时间是正确的时刻在___月___日___时.

10. 王刚、李强和张军各讲了三句话.

王刚:我 22 岁;我比李强小 2 岁;我比张军大 1 岁.

李强:我不是最年轻的;张军和我相差 3 岁;张军 25 岁.

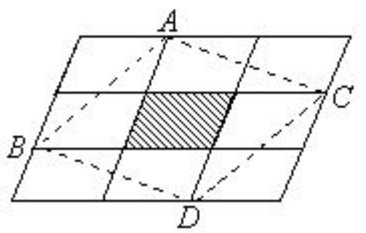
张军:我比王刚年轻;王刚 23 岁;李强比王刚大 3 岁.

如果每个人的三句话中又有两句是真话.则王刚的年龄是_____.

二、解答题:

11. 幼儿园的老师把一些画片分给 A,B,C 三个班,每人都能分到 6 张.如果只分给 B 班,每人能得 15 张,如果只分给 C 班,每人能得 14 张,问只分给 A 班,每人能得几张?

12. 如图,在一个平行四边形中,两对平行于边的直线将这个平行四边分为九个小平行四边形,如果原来这个平行四边形的面积为 99 cm^2,而中间那个小平行四边形(阴影部分)的面积为 19 cm^2,求四边形 $ABCD$ 的面积.



13. 甲、乙两货车同时从相距 300 千米的 A,B 两地相对开出,甲车以每小时 60 千米的速度开往 B 地,乙车以每小时 40 千米的速度开往 A 地.甲车到达 B 地停留 2 小时后以原速返回,乙车到达 A 地停留半小时后以原速返回.那么,返回时两车相遇地点与 A 地相距多少千米?

14. 有 15 位同学,每位同学都有编号,它们是 1 号到 15 号.1 号同学写了一个自然数,2 号说:“这个数能被 2 整除”,3 号说:“这个数能被 3 整除”,……,依次下去.每位同学都说,这个数能被他的编号数整除.1 号作了一一验证,只有编号连续的两位同学说得不对,其余同学都对,如果告诉你,1 号写的数是六位数,那么这个数至少是多少?

答　案:

1. 　1. 　$102\div[(350+60\div15)\div59\times17]$

$=102\div[354\div59\times17]$ 　$=102\div[6\times17]$ 　$=1$

2. 　丙.因为 3+5=8 不是质数,所以甲说得不对;又因为 2+3=5 是质数,所以,乙说得不对.因此,两个质数之和不一定是质数,丙说得对.

3. 　4.6849

4. 　13.观察每组数的规律知,第 1998 组为$(1998,1998^2,1998^3)$.又$1998^2,1998^3$的末两位数为 04,92,而 98+04+92=194,因此,第 1998 组的三个数之和的末两位数为 94,其数字之和为 9+4=13.

5. 　29.设该自然数为n,则n为 442-297=145 和 297-210=87 的公约数,又 145 和 87 的最大公约数为 29,故n为 29 的约数,又$n>1$,29 为质数,$\therefore n=29$.

6. 　1.25 混合糖果的总价值为 $9\times5+7.5\times4+7\times3=96$(元),平均价格为 $96\div(5+4+3)=8$(元).用 10 元钱买这种混合糖果 $10\div8=1.25$(千克).

7. 　48.因为 $10=2\times5$,这个自然数至少含质因数 2 和 3,且至少含 2 个 2,由约数个数定理知,这个自然数为 $2^4\times3^1=48$.

8. 　5.若 1 月 1 日是星期日,全年就有 53 个星期日.每月至少有 4 个星期日,$53-4\times12=5$,多出 5 个星期日,分布在 5 个月中,故有 5 个星期日的月份最多有 5 个月.

9. 　8 月 2 日上午 9 时.从 7 月 29 日零点到 8 月 5 日上午 7 时,经过 175 小时,共快了 7.5 分钟.$175\times\dfrac{4.5}{7.5}=105$(小时), $105\div24=4$(天)……9(小时).所求时刻为 8 月 2 日上午 9 时.

10. 　23.假设王刚是 22 岁,那么张军的第一句和第三句应该是真的,但此时李强只有一句是真的,与已知矛盾,所以王刚不是 22 岁.这样,王刚的其他两句是真的.然后李强的第一句和第二句是真的,张军的第一句和第二句也是真的,因此王刚是 23 岁.

11. 　设三班总人数是 1,则B班人数是$\dfrac{6}{15}$,C班人数是$\dfrac{6}{14}$,因此A班人数是 $1-\dfrac{6}{15}-\dfrac{6}{14}=\dfrac{6}{35}$.

A班每人能分到 $6\div\dfrac{6}{35}=35$(张).

12. 　除阴影部分外的 8 个小平行四边形面积的和为 99-19=80(cm^2).四边形$ABCD$的面积为 $80\div2+19=59$(cm^2).

13. 　甲车从A到B需 $300\div60=5$(小时),乙车从B到A需 $300\div40=7.5$(小时),乙车到达A地返回时是在出发后 7.5+0.5=8(小时).此时,甲车已经从B到A行了 8-(5+2)=1(小时),两车相遇还需$(300-60\times1)\div(60+40)=2.4$(小时).因此,相遇地点与$A$地相距 $2.4\times40=96$(千米).

14. 　首先可以断定编号是 2,3,4,5,6,7 号的同学说的一定都对.不然,其中说得不对的编号乘以 2 后所得编号也将说得不对,这样就与“只有编号连续的两位同学说得不对”不符合.因此,这个数能被 2,3,4,5,6,7 都整除.其次利用整除性质可知,这个数也能被 $2\times5,3\times4,2\times7$ 都整除,即编号为 10,12,14 的同学说得也对.从而可以断定编号 11,13,15 的同学说得也对,不然,说得不对的编号不是连续的两个自然数.

现在我们可以断定说得不对的两个同学的编号只能是 8 和 9.

这个数是 2,3,4,5,6,7,10,11,12,13,14,15 的公倍数,由于上述十二个数的最小公倍数是

$[2,3,4,5,6,7,10,11,12,13,14,15]$

$=2^2\times3\times5\times7\times11\times13$ 　$=60060$

设 1 号写的数为 $60060k$ (k 为整数),这个数是六位数,所以$k\geq2$.

若$k=2$,则 $8|60060k$,不合题意,所以$k\neq2$.同理$k\neq3$, $k\neq4$.因为k的最小值为 5,这个数至少是 $60060\times5=300300$.

模拟训练题(五)

一、填空题:

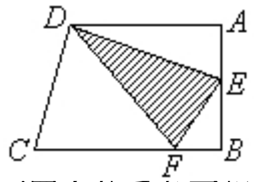
1. 算式($367^{367}+762^{762}$)×123^{123}的得数的尾数是_____.
2. 添上适当的运算符号与括号,使下列等式成立?

   1　13　11　6 = 24.

3. 甲乙两个数的和是888888,甲数万位与十位上的数字都是2,乙数万位与十位上的数字都是6.如果甲数与乙数万位上的数字与十位上的数字都换成零,那么甲数是乙数的3倍.则甲数是_____,乙数是_____.
4. 铁路旁每隔50米有一棵树,晶晶在火车上从第一棵树数起,数到第55棵为止,恰好过了3分钟,火车每小时的速度是_____千米.
5. 有一列数,第一个数是100,第二个数是90,从第三个数开始,每个数都是它前面两个数的平均数.第三十个数的整数部分是_____.
6. 有10箱桔子,最少的一箱装了50个,如果每两箱中放的桔子都不一样多,那么这10只箱子一共至少装了____个桔子.
7. 两个数6666666与66666666的乘积中有____个奇数数字.
8. 由数字0,1,2,3,4,5,6可以组成____个各位数字互不相同的能被5整除的五位数.
9. 一辆公共汽车由起点站到终点站(这两站在内)共途经8个车站.已知前6个车站共上车100人,除终点站外前面各站共下车80人,则从前六站上车而在终点站下车的乘客共有____人.
10. 有六个自然数排成一列,它们的平均数是4.5,前4个数的平均数是4,后三个数的平均数是$\dfrac{19}{3}$,这六个数的连乘积最小是_____.

二、解答题:

11. 某游乐场在开门前有400人排队等待,开门后每分钟来的人数是固定的.一个入口每分钟可以进入10个游客.如果开放4个入口20分钟就没有人排队,现在开放6个入口,那么开门后多少分钟就没有人排队?
12. 如图,$ABCD$是直角梯形.其中AD=12厘米,AB=8厘米,BC=15厘米,且ΔADE、四边形$DEBF$、ΔCDF的面积相等.ΔEDF(阴影部分)的面积是多少平方厘米?



13. 甲、乙、丙、丁四人体重各不相同.其中有两人的平均体重与另外两人的平均体重相等.甲与乙的平均体重比甲与丙的平均体重少8千克,乙与丁的平均体重比甲与丙的平均体重重,乙与丙的平均体重是49千克.求:(1)甲、乙、丙、丁四人的平均体重;(2)乙的体重.
14. 甲、乙、丙三个同学中有一人在同学们都不在时把教室扫净,事后教师问他们是谁做的好事,甲说:“是乙干的”;乙说:“不是我干的”;丙说:“不是我干的”.如果他们中有两人说了假话,一人说的是真话,你能断定是谁干的吗?

答　案:

1.　9.

因为 367^{367} 的尾数按 7,9,3,1 循环出现,367÷4=91…3,所以,367^{367} 的尾数为 3;又因为,762^{762} 的尾数按 2,4,8,6 循环出现,762÷4=190…2,所以,762^{762} 的尾数为 4,同理可知,123^{123} 的尾数按 3,9,7,1 循环出现,123÷4=30…3,所以,123^{123} 的尾数为 7,($367^{367}+762^{762}$)×123^{123} 的尾数为(3+4)×7=49 的尾数,所求答案是 9.

2.　(1+13×11)÷6=24.

3.　626626,262262.

万位上的数字与十位上的数字都换成零后,甲乙两数的和是 808808,又甲数是乙数的 3 倍,所以乙数为 808808÷(3+1)=202202,甲数为 3×202202=606606.故原来甲数为 626626,乙数为 262262.

4.　54.

火车共行了 50×(55-1)=2700(米),即 2.7 千米,故火车的速度为 2.7÷(3÷60)=54(千米/时).

5.　93.

提示:从第 5 个数起,每个数的整数部分总是 93.

6.　545.

由于每两箱中放的桔子都不一样多,因此,这 10 只箱子一共至少装了 50+51+52+…+59=545(个)桔子.

7.　8.

　6666666×66666666
　=(2×3×1111111)×(2×3×11111111)
　=(4×1111111)×(9×11111111)
　=4444444×99999999
　=444444400000000-4444444
　=444444395555556

因此,乘积中有 8 个奇数数字.

8.　660 个.

　当个位数是 0 时,符合条件的五位数有 6×5×4×3=360 个;
　当个位数是 5 时,符合条件的五位数有 5×5×4×3=300 个.
　所以,符合条件的五位数有:360+300=660 个.

9.　20.

设第 1 站到第 7 站上车的乘客依次为 a_1, a_2, a_3, a_4, a_5, a_6, a_7.第 2 站到第 8 站下车的乘客依次为 b_2, b_3, b_4, b_5, b_6, b_7, b_8.显然应有

$a_1+a_2+a_3+a_4+a_5+a_6+a_7=b_2+b_3+b_4+b_5+b_6+b_7+b_8$.

已知 $a_1+a_2+a_3+a_4+a_5+a_6$=100,　$b_2+b_3+b_4+b_5+b_6+b_7$=80.

所以,100+a_7=80+b_8,即 b_8-a_7=100-80=20,这表明从前 6 站上车而在终点站下车的乘客共 20 人.

10.　480.

六个数的和为 6×4.5=27,前 4 个数的和为 4×4=16,后三个数的和为 3×$\frac{19}{3}$=19.第 4 个数为 16+19-27=8,前三个数的和为 16-8=8,这三个自然数的连乘积最小为 1×1×6=6;后两个数的和为 19-8=11,其乘积的最小值为 1×10=10,因此,这六个数的连乘积的最小值为 6×8×10=480.

11.　开门后,20 分钟来的人数为 4×20×10-400=400.因此,每分钟有 400÷20=20(人)来.相当于有 20÷10=2(个)入口专门用于新来的人进入游乐场,因此,开放 6 个入口,开门后 400÷(6-2)÷10=10(分钟)就没有人排队了.

12.　梯形 $ABCD$ 的面积为 $\frac{(12+15)\times 8}{2}=108$(平方厘米),$\Delta ADE$、四边形 $DEBF$、ΔCDF 的面积均为 108÷3=36(平方厘米).又 $S_{\Delta CDF}=CF\times AB\div 2$,所以,$CF=2\times 36\div 8=9$(厘米),$BF$=15-9=6(厘米).

同理,AE=2×36÷12=6(厘米), BE=8-6=2(厘米).

所以,$S_{\Delta BEF}$=6×2÷2=6(平方厘米).

故, $S_{\Delta DEF}$=36-6=30(平方厘米).

13.　甲、乙平均体重比甲、丙平均体重少 8 千克,那么丙比乙重 8×2=16(千克).又乙与丁的平均体重比甲与丙的平均体重重,因此,乙与丁的平均体重比甲与乙的平均体重重,所以,丁比甲重,故丙与丁的平均体重比甲与乙的平均体重重,由于有两人的平均体重与另外两人的平均体重相等,因此只能是甲与丁的平均体重同乙与丙的平均体重相等.题目告诉乙、丙平均体重是 49 千克,因此,甲、丁平均体重也是 49 千克.故 4 人平均体重也是 49 千克.

丙与乙体重之和是 49×2=98(千克),丙与乙体重之差是 16 千克,故乙的体重是(98-16)÷2=41(千克).

14.　假设甲说的是真话,那么是乙干的,这时丙说的话是真话,与只有一人说真话产生矛盾.因此甲说的是假话,即不是乙干的,所以,乙说的是真话,从而丙说的是假话,故是丙干的.

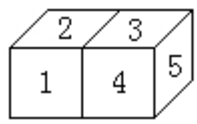
模拟训练题(六)

一、填空题

1. 计算:53.3÷0.23÷0.91×16.1÷0.82=______.

2. 有三个自然数,它们相加或相乘都得到相同的结果,这三个自然数中最大的是_____.

3. 两个同样大小的正方体形状的积木.每个正方体上相对的两个面上写的数之和都等于 9.现将两个正方体并列放置.看得见的五个面上的数字如图所示,则看不见的七个面上的数的和等于_____.



4. 2,4,6,8,⋯,98,100,这 50 个偶数的各位数字之和是_____.

5. 一个箱子里放着几顶帽子,除两顶以外都是红的,除两顶以外都是蓝的,除两顶以外都是黄的,箱子中一共有_____顶帽子.

6. 359999 是质数还是合数?答:_____.

7. 一辆汽车以每小时 30 千米的速度从甲地开往乙地,开出 4 小时后,一列火车也从甲地开往乙地,这列火车的速度是汽车的 3 倍,在甲地到乙地距离二分之一的地方追上了汽车.甲乙两地相距_____千米.

8. 连续 1999 个自然数之和恰是一个完全平方数.则这 1999 个连续自然数中最大的那个数的最小值是______.

9. 某小学四、五、六年级学生是星期六下午参加劳动,其中一个班学生留下来打扫环境卫生,一部分学生到建筑工地搬砖,其余的学生到校办工厂劳动,到建筑工地搬砖是到校办工厂劳动人数的 2 倍.各个班级参加劳动人数如下表.留下来打扫卫生的是_____班.

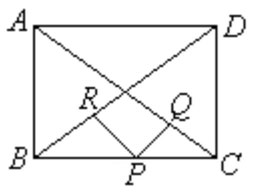
班级	四(1)	四(2)	四(3)	四(4)	五(1)	五(2)	五(3)	五(4)	六(1)	六(2)	六(3)
人数	55	54	57	55	54	51	54	53	51	52	48

10. 陈敏要购物三次,为了使每次都不产生 10 元以下的找赎,5 元,2 元,1 元的硬币最少总共要带_____个.(硬币只有 5 元,2 元,1 元三种.)

二、解答题

11. 小明从家到学校上课,开始时每分钟走 50 米的速度,走了 2 分钟,这时它想:若根据以往上学的经验,再按这个速度走下去,将要迟到 2 分钟,于是他立即加快速度,每分钟多走 10 米,结果小明早到 5 分钟,小明家到学校的路程有多远?

12. 在长方形 $ABCD$ 中,$AB=30\,cm$,$BC=40\,cm$,如图 P 为 BC 上一点,$PQ\perp AC$,$PR\perp BD$,求 $PQ+PR$ 的值.



13. 车库里有 8 间车房,顺序编号为 1,2,3,4,5,6,7,8.这车房里所停的 8 辆汽车的车号恰好依次是 8 个三位连续整数.已知每辆车的车号都能被自己的车房号整除,求车号尾数是 3 的汽车车号.

14. 赵、钱、孙、李、周、吴、陈、王 8 位同学,参加一次数字竞赛,8 个人的平均得分是 64 分.每人得分如下:

赵	钱	孙	李	周	吴	陈	王
74	48		90	33		60	78

其中吴与孙两位同学的得分尚未填上,吴的得分最高,并且吴的得分是其他一位同学得分的 2 倍.问孙和吴各得多少分?

1. 5000.
2. 3.显然,这 3 个自然数分别为 1,2,3.
3. 39.由于正方体上相对两个面上写的数之和都等于 9,所以每个正方体六个面上写的数之和等于 3×9=27.两个正方体共十二个面上写的数之总和等于 2×27=54.而五个看得见的面上的数之和是 1+2+3+4+5=15.因此,看不见的七个面上所写数的和等于 54-15=39.
4. 426.各位数字之和为(2+4+6+8)×10+5×(1+2+…+9)+1=426.
5. 3.设箱子中共有 n 顶帽子,则红帽子 $n-2$ 顶,蓝帽子 $n-2$ 顶,黄帽子 $n-2$ 顶.依题意,有 $(n-2)+(n-2)+(n-2)=n$,解得 $n=3$.
6. 合数.

提示: $359999=360000-1=600^2-1=(600+1)\times(600-1)=601\times599$.

7. 360.

汽车开出 30×4=120(千米)后,火车开始追,需 120÷(3×30-30)=2(小时)才能追上,因此甲乙两地相距 2×(3×30)×2=360(千米).

8. 2998.

设这连续的 1999 个自然数的中间数为 a,则它们的和为 1999a,故 1999a 为完全平方数,又 1999 为质数,令 $a=1999t^2$(t 为自然数),则这 1999 个连续自然数中的最大数为 $a+999=1999t^2+999$, $t=1$ 时,最大数的值最小,为 1999+999=2998.

9. 五(4).

根据“到建筑工地搬砖是到校办工厂劳动的人数的 2 倍”,可得到这两个地方去的 10 个班的学生数之和应是 3 的倍数.11 个班的学生总数是 584 人,而 584 除以 3 余 2,因此留下来打扫卫生的这个班的学生人数应除以 3 余 2,而各班人数中只有 53 除以 3 余 2,故留下来打扫卫生的是五(4)班.

10. 11.

购物 3 次,必须备有 3 个 5 元,3 个 2 元,3 个 1 元.为了应付 3 次都是 4 元,至少还要 2 个硬币,例如 2 元和 1 元各一个,因此,总数 11 个是不能少的.准备 5 元 3 个,2 元 5 个,1 元 3 个,或者 5 元 3 个,2 元 4 个,1 元 4 个就能三次支付 1 元至 9 元任何钱数.

11. 设小明出发 2 分钟后到上课的时间为 x 分钟,依题意,得

$$50(x+2)=(50+10)(x-5),$$

解得 $x=40$.因此,小明家到学校的路程为 50×2+50×(40+2)=2200(米).

12. 连结 AP, DP.则 $S_{\Delta APC}=S_{\Delta DPC}$, 所以,

$$S_{\Delta APC}+S_{\Delta DPB}=S_{\Delta DPC}+S_{\Delta DPB}=S_{\Delta DBC},$$

即 $$\frac{1}{2}AC\times PQ+\frac{1}{2}BD\times PR=\frac{1}{2}BC\times CD.$$

所以 $AC(PQ+PR)=BC\times CD$.

又 $AB=30cm$, $BC=40cm$, 所以, $AC=50cm$.

故 $$PQ+PR=\frac{BC\times CD}{AC}=\frac{40\times30}{50}=24cm.$$

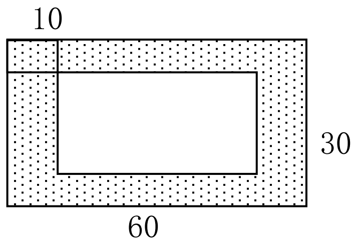
13. 1,2,3,4,5,6,7,8 的最小公倍数是 840,840 加上 1~8 中的某个数后必能被这个数整除,所以 8 辆汽车的车号依次为 841~848.故车号尾数是 3 的汽车车号是 843.
14. 吴的得分最高,要多于 90 分,但他不能是赵、李、陈、王四人中任何一人得分的 2 倍.周的得分 2 倍是 66 分,也不能是吴的得分.

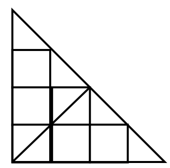
其余六人得分之和是 74+48+90+33+60+78=383(分).因此,吴与孙的得分之和是 64×8-383=129(分).如果吴是孙的得分 2 倍,129÷(2+1)=43,吴得 86 分未超过 90,吴只能是钱的得分 2 倍,即 96 分,从而孙的得分为 129-96=33(分).

模拟训练题(七)

一、填空题

1. 计算：3-5+7-9+11-13+⋯+1995-1997+1999=_____.
2. 一辆货车从甲城到乙城需 8 小时,一辆客车从乙城到甲城需 6 小时,货车开了两小时后,客车出发,客车出发后____小时两车相遇.
3. 某笔奖金原计划 8 人均分,现退出一人,其余每人多得 2 元,则这笔奖金共_____元.
4. 两个数 4000000004 和 5000000005 的乘积的各位数字和是_____.
5. 16÷(0.40+0.41+0.42+⋯+0.59)的商的整数部分是_____.
6. 游泳池里,一些学生在学游泳,男同学一律戴蓝色游泳帽,女同学一律戴红色游泳帽.有趣的是,在每个男同学看来,蓝色游泳帽与红色游泳帽一样多;而在每个女同学看来,蓝色游泳帽多一倍.那么游泳池里有____个学生在学游泳.
7. 有黑白小球各三个,平均分装在、甲、乙、丙三只小盒里,并在盒子外面贴上“白、白”(甲),“黑、黑”(乙),“黑、白”(丙)的小纸片,但是没有一只小盒里装的小球的颜色与纸片上的相符合,现已知丙盒子里装一个白色小球,那么这三个盒子里装的两只小球颜色分别为_____.
8. 七名学生在一次数学竞赛中共得 110 分,各人得分互不相同,其中得分最高的是 19 分,那么最低得分至少是_____分.
9. 如图,在一个长为 60 厘米,宽为 30 厘米的长方形黑板上涂满白色,现有一块长为 10 厘米的长方形黑板擦,用它在黑板内紧紧沿着黑板的边擦黑板一周(黑板擦只作平移,不旋转).如果黑板上没有擦到部分的面积恰好是黑板面积的一半,那么这个黑板擦的宽是_____厘米.

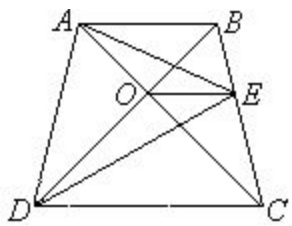




10. 如图,三角形中一共有____个梯形.

二、解答题

11. 用 1,9,9,8 四个数字可以组成若干个不同的四位数,所有这些四位数的平均值是多少?
12. 如图,在梯形 $ABCD$ 中,对角线 AC 、 BD 相交于 O 点, OE 平行于 AB 交腰 BC 于 E 点,如果三角形 OBC 的面积是 115 平方厘米,求三角形 ADE 的面积?



13. 某工程先由甲独做 63 天,再由乙单独做 28 天即可完成;如果由甲、乙两人合作,需要 48 天完成.现在甲先单独做 42 天,然后再由乙来单独完成.那么乙还要做多少天?
14. 一个学雷锋小组的大学生们每天到餐馆打工半小时,每天可挣 3 元钱.到 11 月 11 日,他们一共挣了 1764 元.这个小组计划到 12 月 9 日这天挣足 3000 元,捐给“希望工程”.因此小组必须在几天后增加一个人.问:增加的这个人应该从 11 月几日起每天到餐馆打工,才能到 12 月 9 日恰好挣足 3000 元钱?

1. 1001.

$3-5+7-9+11-13+\cdots+1995-1997+1999$

$=3+(7-5)+(11-9)+\cdots+(1995-1993)+(1999-1997)$

$=3+2+2+\cdots+2+2$

$=3+2\times499$

$=1001$

2. $2\frac{4}{7}$.

设两城相距 1 个单位,则货车的速度为$\frac{1}{8}$,客车的速度为$\frac{1}{6}$.客车出发后需

$(1-2\times\frac{1}{8})\div(\frac{1}{8}+\frac{1}{6})=2\frac{4}{7}$(小时)两车相遇.

3. 112.

退出的一人,应得奖金 2×7=14(元).因此,这笔奖金共 14×8=112(元).

4. 8.

4000000004×5000000005=20000000040000000020,乘积的各位数字和是 2+4+2=8.

5. 1.

因为 0.40+0.41+0.42+…+0.59=(0.40+0.59)×20÷2=9.9,

所以 16÷(0.40+0.41+0.42+…+0.59)=16÷9.9=$1\frac{61}{99}$,商的整数部分为 1.

6. 7.

注意到,每位同学都看不到自己戴的游泳帽的颜色.由“男同学看来,蓝色游泳帽与红色游泳帽一样多”知,男同学比女同学多一人,设共有x名女同学,则男同学有$(x+1)$名,由“女同学看来,蓝色游泳帽比红色游泳帽多一倍”,知$x+1=2(x-1)$,解得$x=3$, 故共有学生$(x+1)+x=7$(人).

7. “黑、黑”(甲);“黑、白”(乙)“白、白”(丙).

丙盒不可能是一黑一白,只可能装两黑或两白,又已知丙盒里有白色小球,因此丙盒里装两白;这时乙盒里装的不能是两黑,也不能是两白,只能是一黑一白;从而甲盒的两黑.

8. 11.

要使最低得分尽可能小,则另外 6 名学生得分尽可能大,依次为 19,18,17,16,15,14,故最低得分至少是 110-(19+18+17+16+15+14)=11(分).

9. 3.75

黑板上没有擦到部分的面积为 60×30÷2=900(平方厘米),该部分的长为 60-2×10=40(厘米),宽为 900÷40=22.5(厘米).因此,黑板擦的宽为(30-22.5)÷2=3.75(厘米).

10. 28.

首先考虑上,下底水平的梯形的个数.

(1)高为 1 的梯形有 6+3+1=10 个;

(2)高为 2 的梯形有 2+1=3 个;

(3)高为 3 的梯形有 1 个.

因此,上、下底水平的梯形共有 10+3+1=14 个;同理,上、下底竖直的梯形也有 14 个,故图中共有梯形 2×14=28 个.

11. 所有这些四位数中,数字 1 和 8 分别在千位、百位、十位、个位上出现 3 次,数字 9 分别在千位、百位、十位、个位上出现 6 次.因此,这些四位数的总和为

$3\times(1000+100+10+1)+3\times(8000+800+80+8)+6\times(9000+900+90+9)$

=3×1111+3×8888+6×9999

=3×1111×(1+8+2×9)

=3×1111×27

这些四位数共有 4×3=12(个),平均值为 3×1111×27÷12=7499.25

12. 因为 $AB \parallel CD$,所以 $S_{\Delta ACD}=S_{\Delta BCD}$, 故 $S_{\Delta AOD}=S_{\Delta BOC}$=115($cm^2$).

又 $OE\parallel AB$,同理可得 $S_{\Delta AOE}=S_{\Delta BOE}$, $S_{\Delta DOE}=S_{\Delta COE}$.

因此, $S_{\Delta ADE}=S_{\Delta AOD}+S_{\Delta AOE}+S_{\Delta DOE}$

$=S_{\Delta AOD}+S_{\Delta BOE}+S_{\Delta COE}=S_{\Delta AOD}+S_{\Delta BOC}$

=115+115=230(cm^2).

13. 甲做 48 天,乙做 28 天后,完成剩下的工程甲还需 63-48=15(天),乙还需 48-28=20(天),所以甲的工作效率是乙的 20÷15=$\frac{4}{3}$.

48 甲+48 乙=42 甲+6 甲+48 乙

=42 甲+6×$\frac{4}{3}$乙+48 乙

=42 甲+56 乙.

即甲干 42 天后,乙还需 56 天.

14. 从 11 月 12 日至 12 月 9 日共有(30-11)+9=28(天),其间原来小组中每人可挣 3×28=84(元).

(3000-1764)÷(3×28)

=1236÷84

=14(人)……余 60 元.

这样,可知原来小组中共有 14 人,增加的那个人要挣 60 元.

60÷3=20(天).

因此,增加的这个人应该从 11 月 20 日起去打工.

模拟训练题(八)

一、填空题

1. 计算:$(2.5\times\frac{4}{5})\div(\frac{1}{4}\times0.8)-0.75\div\frac{3}{40}=$_____.

2. 将一个不能被 3 整除的自然数,拆分成若干个自然数的和.那么,在这若干个自然数中不能被 3 整除的数至少有_____个.

3. 甲、乙两辆汽车,甲在西地,乙在东地,同时向东开行.甲每小时行 60 千米,乙每小时行 48 千米,行了 5 小时后,甲在乙后面 24 千米处.那么东西两地相隔_____千米.

4. 将 0,1,2,3,4,5,6,7,8,9 这十个数字中,选出六个填在下面方框中,使算式成立,一个方框填一个数字,各个方框数字不相同.

□+□□=□□□ 则算式中的三位数最大是_____.

5. 将循环小数$0.\dot{0}2\dot{7}$与$0.\dot{1}7967\dot{2}$相乘,取近似值,要求保留一百位小数.那么,该近似值的最后一位小数是_____.

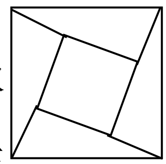
6. 一个两位数减去它的倒序数(如 92 的倒序数是 29,30 的倒序数是 3),其差大于 0 且能被 9 整除.那么,这样的两位数共有_____个.

7. 用 8 个不同数字写成的 8 位数中,能被 36 整除的最大数是_____.

8. 甲有 216 个玻璃球,乙有 54 个同样的玻璃球.两人相互给球,8 次后,甲有的个数是乙的 8 倍,平均每次甲要少给乙_____个球.

9. 在 1,2 两数之间,第一次写上 3;第二次在 1,3; 3,2 之间分别写上 4,5(如下图),每一次都在已写上的两个相邻数之间,写上这两个相邻数之和.这样的过程共重复了八次.那么,所有数之和是_____.

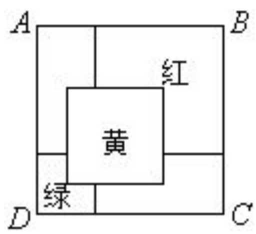
1……4……3……5……2



10. 直角三角形的两直角边的长都是整厘米数,面积为 59.5 平方厘米.每次取四个同样的三角形围成(不重叠,不剪裁)含有两个正方形图案的图形(如图),在围成的所有正方形图案中,最小的正方形的面积是_____平方厘米,最大的正方形的面积是_____平方厘米.

二、解答题

11. 甲每分钟走 50 米,乙每分钟走 60 米,丙每分钟走 70 米.甲、乙两人从 A 地,丙一人从 B 地同时相向出发,丙遇到乙后 2 分钟又遇到甲,求 A、B 两地的距离.



12. 如图所示,在正方形 $ABCD$ 中,红色、绿色正方形的面积分别是 27 和 12,且红、绿两个正方形有一个顶点重合.黄色正方形的一个顶点位于红色正方形两条对角线的交点,另一个顶点位于绿色正方形两条对角线的交点.求黄色正方形的面积.

13. $\overline{abc}$ 是一个三位数,由 a,b,c 三个数码组成的另外五个三位数之和等于 2743.求三位数 $\overline{abc}$.

14. 某小学有六名乒乓球选手进行单打循环赛.比赛在三个台上同时进行,比赛时间是每星期六的下午,每人每周只能而且必须参加一场比赛,因而比赛需要进行五周.

已知在第一周的星期六 C 和 E 对垒;第二周 B 与 D 对垒;第三周 A 和 C 对垒;第四周 D 和 E 对垒.当然,在上述这些对垒的同时,另外还有两台比赛,但这两台比赛是谁和谁对垒,我们不清楚.

问:上面未提到过名字的 F 在第五周同谁进行了比赛?请说明理由.

1. 0.

$$(2.5\times\frac{4}{5})\div(\frac{1}{4}\times0.8)-0.75\div\frac{3}{40}$$

$$=(\frac{5}{2}\times\frac{4}{5})\div(\frac{1}{4}\times\frac{4}{5})-\frac{3}{4}\div\frac{3}{40}$$

$$=2\div\frac{1}{5}-\frac{3}{4}\times\frac{40}{3}$$

$$=2\times5-10$$

$$=0.$$

2. 1.

不能被 3 整除的数至少有 1 个,否则每个数都能被 3 整除,其和必为 3 的倍数,与已知产生矛盾.

3. 84.

行了 5 小时,追了 5×(60-48)=60(千米),还相隔 24 千米,因此,原来两人相距 60+24=84(千米),即两地相隔 84 千米.

4. 105.

和的前两位是 1 和 0,两位数的十位是 9,因此加数的个位最大是 7 和 8.

5. 9.

$$0.\dot{0}2\dot{7}\times0.\dot{1}7967\dot{2}$$

$$=\frac{27}{999}\times\frac{179672}{999999}$$

$$=\frac{27}{27\times37}\times\frac{37\times4856}{999999}$$

$$=\frac{4856}{999999}$$

$$=0.\dot{0}0485\dot{6}$$

这个小数小数点后第 100 位是 8,第 101 位是 5,所以保留小数点后 100 位的近似值的最后一位是 9.

6. 45.

设两位数为$\overline{ab}$,则其倒序数为$\overline{ba}$.

$$\overline{ab}-\overline{ba}=(10a+b)-(10b+a)=9(a-b).$$

依题意,$a>b$,所以十位数a是 1,2,3,…,9 的符合题意的两位数依次有 1,2,3,…,9 个,共有 1+2+3+…+9=45(个).

7. 98763120.

八位数能被 36 整除,又 36=4×9,因此八位数能被 9 整除,其 8 个数字之和也能被 9 整除.又 0+1+2+…+9=45 是 9 的倍数,故十个数字中去掉的两个数字之和为 9,要使八位数尽可能大,则去掉的两个数字为 5 和 4,所求八位数的前 4 位为 9876,又八位数能被 4 整除,末两位应是 4 的倍数,因此八位数最大为 98763120.

8. 3.

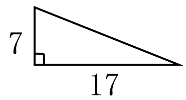
8 次后,乙有球(216+54)÷9=30(个),所以平均每次甲少给乙(54-30)÷8=3(个).

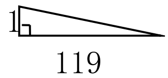
9. 9843.

第n次写上去的所有数之和是3^n,所以写过八次之后,所有数之和是 $3+3^1+3^2+3^3+\cdots+3^8=9843$.

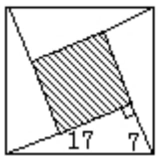
10. 100,14162.

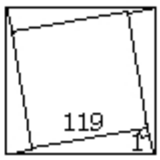
直角三角形的两条直角边相乘等于 59.5×2=119,因为 119=1×119=7×17,所以,满足题意的直角三角形只有下图所示的两种.





用上图所示的相同的四个三角形围成的含有两个正方形图案的图形,有下图所示的两种,其中左图阴影正方形面积最小,为 $(17-7)^2=100(cm^2)$,右图大正方形面积最大,为 $119^2+1^2=14162(cm^2)$.





11. 当丙和乙相遇时,乙和甲相距:(70+50)×2=240(米).那么乙从出发到和丙相遇的时间为:240÷(50-40)=24(分).
所以全程为:60×24+70×24=3120(米).

12. 设红色正方形的边长为 a,绿色正方形边长为 b,正方形 $ABCD$ 分成四块后,除红色和绿色正方形外,另外两个长方形的边长分别为 a,b.依题意,$a^2=27$,
$b^2=12$.长方形的面积 $S=ab$.则,
$S^2=a^2b^2=27\times12=3^3\times2^2\times3=2^2\times3^4=18^2$,$S=18$.
所以,正方形 $ABCD$ 面积为 27+12+2×18=75.
易知黄色正方形分别占红色正方形,绿色正方形和两个长方形的 $\frac{1}{4}$,即黄色正方形的面积为正方形 $ABCD$ 面积的 $\frac{1}{4}$,为 $75\times\frac{1}{4}=18.75$.

13. 由 a,b,c 三个数码组成的所有六个三位数之和等于 $(a+b+c)\times222$,由题意可知,这六个三位数之和应大于 2743,小于 3743.因为 2743÷222>12,3743÷222<17,所以 $a+b+c$ 只能等于 13,14,15 或 16.
如果 $a+b+c=13$,则 $\overline{abc}=13\times222-2743=143$,此时 $a+b+c=1+4+3=8\neq13$,不合题意;
如果 $a+b+c=14$,则 $\overline{abc}=14\times222-2743=365$,此时 $a+b+c=3+6+5=14$,符合题意;
类似地可以得到,当 $a+b+c=15$ 或 $a+b+c=16$ 时,都不合题意.
所以,$\overline{abc}=365$.

14. 先考虑 C 在各周都是同谁进行了比赛,已知在第一周 C 同 E,第三周 C 同 A 进行比赛,因而 C 同 D、B、F 的比赛只能分别在第二、四、五周了.但由于第二周 D 同 B 对垒,因而这一周 C 就只可能同 F 比赛了.同理可推得在第四周 C 同 B,第五周 C 同 D 对垒.其次考虑 D 在各周都是同谁进行了比赛,用同样的分析方法可推知第一周 D 同 A,第二周 D 同 B,第三周 D 同 F,第四周 D 同 E,第五周 D 同 C 对垒.有了这个结果下面的问题就迎刃而解了,由于每周都有三台比赛,知道了其中两台选手,另一台的两位选手自然就不难推出.由此推得在第五周 F 同 E 进行了比赛.

模拟训练题(九)

一、填空题

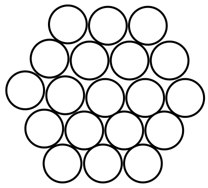
1. 计算：0.7+9.7+99.7+999.7+9999.7+99999.7+999999.7+9999999.7
+99999999.7+999999999.7=________.

2. A，B 两人用同样长的铁网围菜园，A 围成正方形，B 围成长方形，长方形一边比正方形边长多 3 尺，那么两菜园面积相差_____平方尺.

3. 两支蜡烛一样长，第一支能点 4 小时，第二支能点 3 小时，同时点燃这两支蜡烛，_____小时后第一支的长度是第二支的两倍.

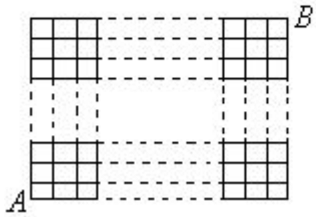
4. 一辆汽车从甲地开到乙地，又返回到甲地，一共用了 15 小时，去时所用时间是返回的 1.5 倍，去比回来时每小时慢 12 千米，甲乙两地相距_____千米.

5. 从 100 到 200 的自然数中，既是 5 的倍数，又是能被 7 除余 3 的数为_____.



6. 如图，一共有_____个圆，如果把连在一起的两个圆称为一对，那么图中相连的圆一共有_____对.

7. 一个人从县城骑车去乡办厂，他从县城骑车出发，用 30 分钟行完了一半路程. 这时，他加快了速度，每分钟比原来多行 50 米，又骑了 20 分钟后，他从路旁的里程标志牌上知道，必须再骑 2 千米才能赶到乡办厂. 那么县城到乡办厂之间的总路程是______.



8. 有一个长方形棋盘，每个小方格的边长都是 1，长有 200 格，宽有 120 格(如图). 纵横线交叉的点称为格点，连结 A，B 两点的线段共经过_____个格点(包括 A，B 两点).

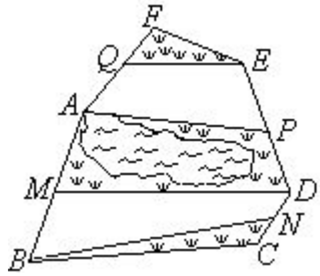
9. 某仓库内有一批货物，如果用 3 辆大卡车，4 天可以运完；如果用 4 辆小卡车，5 天可以运完；如果用 20 辆板车，6 天可以运完. 现在先用 2 辆大卡车，3 辆小卡车和 7 辆板车共同运 2 天后，全部改用板车运，必须在两天内运完，那么后两天每天至少需要_____辆板车.

10. 在 12 个位置上放置一串自然数，每个位置放一个数，使第二个数与第一个数相等，从第三个数开始，每个数恰好是它前边所有数的总和，我们称这样的 12 个数为“好串数”. 那么，含有 1992 这个数的“好串数”共有_____个.

二、解答题

11. 1，2，3，4，5，6 每一个使用一次组成一个六位数 $\overline{abcdef}$，使得三位数 $\overline{abc}$，$\overline{bcd}$，$\overline{cde}$，$\overline{def}$ 能依次被 4，5，3，11 整除. 求这个六位数.

12. 如图，是某个公园 $ABCDEF$，M 为 AB 的中点，N 为 CD 的中点，P 为 DE 的中点，Q 为 FA 的中点，其中浏览区 $APEQ$ 与 $BNDM$ 的面积和是 900 平方米，中间的湖水面积为 361 平方米，其余的部分是草地，求草地的总面积.



13. 把盒中 200 个新螺帽进行逃选、调换：
(1)每次必须首先从盒中取出 3 个新螺帽，然后再放入两个旧螺帽，问在最后一次调换之前，盒中有多少个螺帽?
(2)每次必须先从盒中取出 3 个螺帽，然后再放入两个螺帽，问在进行这种逃选次数的一半后，盒中还有多少个螺帽?

14. 给定长分别为 1，2，3，…，99 的 99 条线段，能否用这些线段组成：
(1)一个正方形?
(2)一个长方形?
在拼组时要用上所有给定的线段.

答　案:

1.　1111111108.

原式 =(1-0.3)+(10-0.3)+(100-0.3)+(1000-0.3)+(10000-0.3)+(100000-0.3)+(1000000-0.3)+(10000000-0.3)+(100000000-0.3)+(1000000000-0.3)

=1111111111-0.3×10

=1111111108

2.　9.

设正方形的边长为x尺,则其周长为$4x$尺,长方形的一边长为$(x+3)$尺,另一边的长为$[4x-2\times(x+3)]\div2=x-3$(尺).

正方形的面积为x^2(平方尺),长方形的面积为$(x+3)(x-3)=x^2-9$(平方尺),两菜园面积相差$x^2-(x^2-9)=9$(平方尺).

3.　$2\frac{2}{5}$.

设x小时后,第一支的长度是第二支的两倍.依题意,得

$$1-\frac{1}{4}\times x=2(1-\frac{1}{3}\times x).$$

解得,　$x=2\frac{2}{5}$.

4.　216.

返回时间为15÷(1.5+1)=6(小时),去的时间为6×1.5=9(小时).

设回来的速度为每小时x千米.则去的速度为每小时$(x-12)$千米.依题意,得$9(x-12)=6x$.

解得$x=36$,甲乙两地相距6×36=216(千米).

5.　115,150,185.

能被7除余3的数为3,10,17,…,其中能被5整除的最小数是10.故所求数具有$35k+10$的形式.因此,在100到200的自然数中有115,150,185.

6.　19,42.

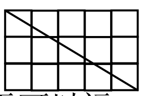
7.　18000米.

设骑车速度为每分钟x米,依题意,得$30x=20(x+50)+2000$,解得$x=300$.

因此县城到乡办厂之间的总路程是30×300×2=18000(米).

8.　41.

如图,把长方形棋盘按比例缩小为长有5格,宽有3格的小长方形,画一条对角线,我们可以发现,这条对角形只经过2个格点,由此可以想到,把长方形扩大,对角形延长,那么它所经过的格点从上往下数在第3,第6,第9,…条横线上,从左往右数在第5,第10,第15,…条纵线上,相对应的两线交点即为对角线经过的格点.所以长有200格,每隔5格有一个格点;宽有120格,每隔3格有一个格点,相对应的两点重合.包括A,B两点在内,应有120÷3+1=41个格点.



9.　15.

一辆大卡车,每天可以运$\frac{1}{3\times4}=\frac{1}{12}$;一辆小卡车,每天可以运$\frac{1}{4\times5}=\frac{1}{20}$;一辆板车,每天可以运$\frac{1}{20\times6}=\frac{1}{120}$.

全部改用板车后,剩工作量

$$1-(2\times\frac{1}{12}+3\times\frac{1}{20}+7\times\frac{1}{120})\times2=\frac{1}{4}.$$

要想两天运完,需板车$\frac{1}{4}\div2\div\frac{1}{120}$=15(辆).

10.　4.

设数串中第一个数是a,则第二个数也是a,第三个数是$2a$,第四个数是$4a=2^2\cdot a$,…,第12个数是$2^{10}\cdot a$.

这样,“好串数”由第一个数a所确定,并且数串中的数都可以写成$2^n\cdot a$.由于1992=$2^3\times249$,因此,当a取249, 2×249, $2^2\times249$, $2^3\times249$时,都可以使1992成为“好串数”中的数,再无其它.故含有1992这个数的“好串数”共有4个.

11.　因为$5|\overline{bcd}$,所以$d=5$.又因$11|\overline{def}$,所以,$d+f-e$是11的倍数.但是$3\le d+f\le5+6=11$,$1\le e\le6$,因此,只能$d+f-e$=0,即$5+f=e$.又$e\le6$,$f\ge1$,故只能f=1,e=6.又因$3|\overline{cde}$,即$3|\overline{c56}$,所以,c+5能被3整除.而$4|\overline{abc}$,可知c为偶数,只能c=4.进一行推知b=2,a=3.故$\overline{abcdef}$=324561.

12.　连接AD,AE,DB.

根据一个三角形的中线平分这个三角形的面积,可知:

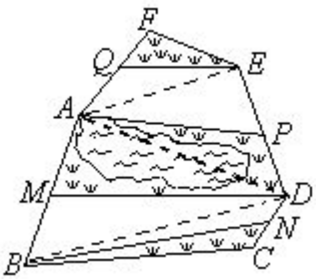
ΔEQA面积=ΔEQF面积

ΔAEP面积=ΔADP面积

ΔDBM面积=ΔDAM面积

ΔBND面积=ΔBNC面积

上述四个等式相加,可知:浏览区$APEQ$与$BNDM$的面积之和恰等于ΔEQF,ΔBNC,四边形$APDM$的面积之和.因此,草地和湖水的面积之和恰为900平方米,其中湖水面积为361平方米,所以草地面积是900-361=539平方米.



13.　(1)调换的总次数是200÷3=66(次),余2个新螺帽.最后一次调换前盒中的螺帽数,就是第65次调换后盒中的旧螺帽数,加上剩下的5个新螺帽,即65×2+5=135(个).

(2)进行这样的挑选,实际上是每次取出一个螺帽,直到剩下2个螺帽时为止.所以共可进行200-2=198(次)挑选.挑选次数的一半是198÷2=99(次),这之后盒子的螺帽数是200-99=101(个).

14.　(1)不能.如果能用这些线段组成正方形,其边长当然是整数,因此它的周长应能够被4整除.但所有线段的总长等于1+2+…+99=4950=2×2495,不能被4整除.

(2)能.把线段先拼成如(1,98),(2,97),(3,96),…,(49,50)的49条,每条长度均为99.加上剩下的那条99的线段共50条,这就很容易再组拼成尺寸为[$n\cdot99$] ×[$(25-n)\cdot99$]的长方形,这里n=1,2…,24.

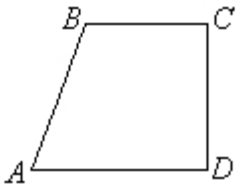
模拟训练题(十)

一、填空题

1. 计算:123456+234567+345678+456789+567901+679012+790123+901234=______.
2. 有 28 位小朋友排成一行. 从左边开始数第 10 位是张华, 从右边开始数他是第_____位.
3. 1996 年的 5 月 2 日是小华的 9 岁生日. 他爸爸在 1996 的右面添了一个数字, 左面添了一个数字组成了一个六位数. 这个位数正好能同时被他的年龄数、出生月份数和日数整除. 这个位数是_____.
4. 把 5 粒石子每间隔 5 米放在地面一直线上, 一只篮子放在石子所在线段的延长线上, 距第一粒石子 10 米, 一运动员从放篮子处起跑, 每次拾一粒石子放回篮内, 要把 5 粒石子全放入篮内, 必须跑_____米.
5. 两小孩掷硬币, 以正、反面定胜负, 输一次交出一粒石子. 他们各有数量相等的一堆石子, 比赛若干次后, 其中一个小孩胜三次, 另一个小孩石子多了 7 个, 那么一共掷了_____次硬币.
6. 5 个大小不同的圆的交点最多有______个.
7. 四个房间, 每个房间不少于 2 人, 任何三个房间里的人数不少于 8 人, 这四个房间至少有_____人.
8. 育才小学六年级共有学生 99 人, 每 3 人分成一个小组做游戏. 在这 33 个小组中, 只有 1 名男生的共 5 个小组, 有 2 名或 3 名女生的共 18 个小组, 有 3 名男生和有 3 名女生的小组同样多, 六年级共有男生_____名.
9. A, B 两地间的距离是 950 米. 甲, 乙两人同时由 A 地出发往返锻炼. 甲步行每分钟走 40 米, 乙跑步每分钟行 150 米, 40 分后停止运动. 甲, 乙二人第_____次迎面相遇时距 B 地最近, 距离是_____米.
10. 两个自然数, 差是 98, 各自的各位数字之和都能被 19 整除. 那么满足要求的最小的一对数之和是_____.

二、解答题

11. a, b 为自然数, 且 $56a+392b$ 为完全平方数, 求 $a+b$ 的最小值.
12. 直角梯形 $ABCD$ 的上底是 18 厘米, 下底是 27 厘米, 高是 24 厘米(如图). 请你过梯形的某一个顶点画两条直线, 把这个梯形分成面积相等的三部分(要求写出解答过程, 画出示意图, 图中的有关线段要标明长度).



13. 一天, 师、徒二人接到一项加工零件的任务, 先由师傅单独做 6 小时, 剩下的任务由徒弟单独做, 4 小时做完. 第二天, 他们又接到一项加工任务, 工作量是第一天接受任务的 2 倍. 这项任务先由师、徒二人合做 10 小时, 剩下的全部由徒弟做完. 已知徒弟的工作效率是师傅的 $\frac{4}{5}$, 师傅第二天比徒弟多做 32 个零件. 问:

Ⅰ第二天徒弟一共做了多少小时;

Ⅱ师徒二人两天共加工零件多少个.

14. 有 99 个大于 1 的自然数, 它们的和为 300, 如果把其中 9 个数各减去 2, 其余 90 个数各加 1, 那么所得的 99 个数的乘积是奇数还是偶数?请说明理由.

1. 4098760.

$$123456+234567+345678+456789+567901+679012+790123+901234$$
$=(123456+901234)+(234567+790123)+(345678+679012)+(456789+567901)$
$=1024690+1024690+1024690+1024690$
$=1024690\times4$
$=4098760$

2. 19.

$28-10+1=19$.

3. 219960.

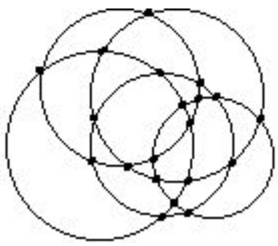
$[5,2,9]=90$,这个六位数应能被 90 整除,所以个位是 0,十万位是 2.

4. 200.应跑 $2\times(10+15+20+25+30)=200$(米).

5. 13.其中一个小孩胜三次,则另一个小孩负了三次,他的石子多了 7 个,因此,他胜了 $7+3=10$(次),故一共掷了 $3+10=13$(次).

6. 20.

如右图所示.



7. 11.人数最多的房间至少有 3 人,其余三个房间至少有 8 人,总共至少有 11 人.

8. 48.

根据每三人一组的条件,由题意可知组合形式共有三女,两女一男,一女两男和三男四种.依题意,两女一男的有 5 个小组,三女的小组有 $18-5=13$(个).因此,三男的小组也有 13 个,从而一女两男的小组有 $33-5-13-13=2$(个).

故共有男生 $5\times1+13\times3+2\times2=48$(名).

9. 二;150.

两人共行一个来回,即 $2\times950=1900$(米)迎面相遇一次.

$$1900\div(40+150)=10\text{(分钟)},$$

所以,两人每 10 分钟相遇一次,即甲每走 $40\times10=400$(米)相遇一次; 第二次相遇时甲走了 800 米,距 B 地 $950-800=150$(米); 第三次相遇时甲走了 1200(米),距 B 地 $1200-950=250$(米).所以,第二次相遇时距 B 地最近,距离 150 米.

10. 60096.

两个自然数相加,每有一次进位,和的各位数字之和就比组成两个加数的各位数字之和减少 9.

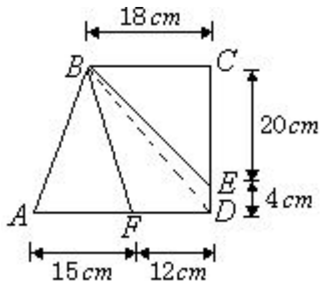
由"小数"+98="大数"知,要使"小数"的各位数字之和与"大数"的各位数字之和相差 19 的倍数,("小数"+19)至少要有 4 次进位,此时,"大数"的各位数字之和比"小数"减少 $9\times4-(9+8)=19$.当"小数"的各位数字之和是 19 的倍数时,"大数"的各位数字之和也是 19 的倍数.

因为要求两数之和尽量小,所以"小数"从个位开始尽量取 9,取 4 个 9 后(进位 4 次),再使各位数字之和是 19 的倍数,得到 29999,"大数"是 $29999+98=30097$.两数之和为 $29999+30097=60096$.

11. $56a+392b=56(a+7b)=2^3\times7(a+7b)$为完全平方数,则 $7\mid a+7b$.从而 $7\mid a$,令 $a=7a_1$(a_1为自然数),则 $56a+392b=2^3\times7(7a_1+7b)=2^3\times7^2(a_1+b)$.

要求 $a+b$ 的最小值,取 $a_1=1$, $b=1$,此时 $a=7$, $56a+392b=2^4\times7^2=28^2$,故 $a+b$ 的最小值为 8.

12. 把直角梯形分成三部分后每部分的面积是[(18+27)×24]÷2÷3=180(平方厘米).(如下图)



那么,在 CD 上截取 CE=20 厘米,在 AD 上截取 AF=15 厘米.联结 BE, BF,就可以把这个梯形平均分成三部分.这时

$S_{\Delta BCE}=\frac{1}{2}$×20×18=180(平方厘米),

$S_{\Delta ABF}=\frac{1}{2}$×15×24=180(平方厘米),

$S_{四边形BFDE}=\frac{1}{2}$×(27+18)×24-180-180=180(平方厘米).

13. 徒弟的工作效率是师傅的 $\frac{4}{5}$,说明师傅四小时所加工的工作量等于徒弟五小时所加工的工作量.

这样,第一天加工零件总数,由师傅单独加工需要 6+4× $\frac{4}{5}$ =9 $\frac{1}{5}$ (小时)完成;由徒弟单独加工需要 6×1 $\frac{1}{4}$ +4=11 $\frac{1}{2}$ (小时)完成.

假设第一天加工零件总数为单位“1”,根据工程问题数量关系,可知第二天徒弟加工时间为

$$[2-(\frac{1}{9\frac{1}{5}}+\frac{1}{11\frac{1}{2}})\times10]\div\frac{1}{11\frac{1}{2}}+10$$

$$=[2-1\frac{22}{23}]\div\frac{2}{23}+10$$

$$=10\frac{1}{2}\text{(小时)}.$$

师徒二人两天共加工零件

$$32\div(\frac{1}{9\frac{1}{5}}\times10-\frac{1}{11\frac{1}{2}}\times10\frac{1}{2})\times(1+2)$$

$$=32\div\frac{4}{23}\times3$$

$$=552\text{(个)}.$$

14. 考虑所得的 99 个数的总和:300-9×2+90×1=372 为偶数.则这 99 个数中至少有一个偶数,否则这 99 个数全部是奇数,其和必为奇数,与和为偶数产生矛盾.

因此,所得的 99 个数的乘积必为偶数.

模拟训练题(十一)

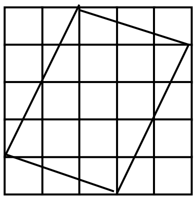
一、填空题

1. 一副中国象棋,黑方有将、车、马、炮、士、相、卒 16 个子,红方有帅、车、马、炮、士、相、兵 16 个子.把全副棋子放在一个盒子内,至少要取出____个棋子来,才能保证有 3 个同样的子(例如 3 个车或 3 个炮等).

2. 一桶农药,第一次倒出 2/7 然后倒回桶内 120 克,第二次倒出桶中剩下农药的 3/8,第三次倒出 320 克,桶中还剩下 80 克,原来桶中有农药____克.

3. 把若干个自然数 1、2、3…乘到一起,如果已知这个乘积的最末 13 位恰好都是零,那么最后出现的自然数最小应该是_____.

4. 在边长等于 5 的正方形内有一个平行四边形(如图),这个平行四边形的面积为_____(面积单位).



5. 两个粮仓,甲粮仓存粮的1/5相当于乙粮仓存粮的3/10,甲粮仓比乙粮仓多存粮160万吨.那么,乙粮仓存粮_____万吨.

6. 六位数$\overline{6x6x6x}$能被 11 整除,x是 0 到 9 中的数,这样的六位数是______.

7. 已知两数的差与这两数的商都等于 7,那么这两个数的和是______.

8. 在 10×10 的方格中,画一条直线最多可穿过_____个方格?

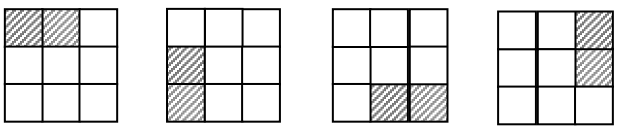
9. 有甲、乙、丙三辆汽车各以一定的速度从A地开往B地,乙比丙晚出发 10 分钟,出发后 40 分钟追上丙;甲比乙又晚出发 20 分钟,出发后 1 小时 40 分追上丙.那么甲出发后需用____分钟才能追上乙.

10. 把 63 表示成n个连续自然数的和,试写出各种可能的表示法:______.

二、解答题

11. 会场里有两个座位和四个座位的长椅若干把.某年级学生(不足 70 人)来开会,一部分学生一人坐一把两座长椅,其余的人三人坐一把四座长椅,结果平均每个学生坐 1.35 个座位.问有多少学生参加开会?

12. 有一个由 9 个小正方形组成的大正方形,将其中两个涂黑,有多少种不同的涂法?(如果几个涂法能够由旋转而重合,这几个涂法只能看作是一种,比如下面四个图,就只能算一种涂法.)



13. 某蓄水池有甲、丙两条进水管和乙、丁两条排水管.要灌满一池水,单开甲管需要 3 小时,单开丙管需要 5 小时;要排光一池水,单开乙管需要 4 小时,单开丁管需要 6 小时.现在池内有 1/6 池水,如果按甲、乙、丙、丁的顺序,循环开各水管,每次每管 1 小时.问多少时间后水开始溢出水池?

14. 黑板上写着数 9, 11, 13, 15, 17, 19.每一次可以擦去其中任何两个数,再写上这两个数的和减 1(例如,可以擦去 11 和 19,再写上 29).经过几次之后,黑板上就会仅剩下一个数.试问,这个所剩下的数可能是多少?试找出所有可能的答案,并证明再无别的答案.

答 案:

1. 17.

如只取 16 个,则当将帅各 1,车马士相炮卒兵各 2 时,没有 3 个同样的子,那么无论再取一个什么子,这种子的个数就有 3 个 3.故至少要取 17 个子.

2. 728.

用递推法可知,原来桶中有农药

$$[(320+80)\div(1-\frac{3}{8})-120]\div(1-\frac{2}{7})=728(\text{克}).$$

3. 55.

在 1×2×…×55 中,5 的倍数有$[\frac{55}{5}]$=11 个,其中 25 的倍数有$[\frac{55}{25}]$=2 个.即在上式中,含质因数 5 有 11+2=13(个).又上式中质因数 2 的个数多于 5 的个数.从而它的末 13 位都是 0.

4. 14.

平行四边形的面积等于正方形面积与四个直角三角形面积之差:

$$5\times5-(2\times\frac{1}{2}\times2\times4+2\times\frac{1}{2}\times1\times3)=14.$$

5. 320.

甲粮仓是乙粮仓的$\frac{3}{10}\times\frac{1}{5}=\frac{3}{2}$,甲粮仓比乙粮仓多的是乙粮仓的$\frac{3}{2}-1=\frac{1}{2}$,故乙粮仓存粮 160 $\div\frac{1}{2}$=320(万吨).

6. 666666.

因 6+6+6=18 与 $3x$ 的差是 11 的倍数. x 又是一位数,只能取 6.故原六位数是 666666.

7. $9\frac{1}{3}$.

这两数中,较小的一数为 $7\div(7-1)=1\frac{1}{6}$,较大的一数为$1\frac{1}{6}\times7=8\frac{1}{6}$,其和为 $9\frac{1}{3}$.

8. 19.

一条直线与一个方格最多只有 2 个交点,故在 10×10 的方格中,有纵横各 11 条直线段.一条直线与这 22 条线段至多有 10+10=20 个交点,故它们穿过 19 个正方形.

9. 500.

由已知,乙 40 分钟的路程与丙 50 分钟路程相等.故乙速:丙速=50:40=25:20;又甲 100 分钟路程与丙 130 分钟路程相等.故甲速:丙速=130:100=26:20.从而甲速:乙速:丙速=26:25:20.
设甲乙丙的速度每分钟行 26,25,20 个长度单位.则乙先出发 20 分钟,即乙在甲前 20×25=500 个长度单位.从而甲追上乙要 500÷(26-25)=500(分钟).

10. 63=20+21+22=6+7+8+9+10+11+12=3+4+5+6+7+8+9+10+11

11. 设有 x 人每人坐一把两坐长椅. 有 y 人每三人坐一把四座长椅, 则开会学生有 $(x+y)$ 人, 另用座位共 $(2x+\frac{4}{3}y)$ 个. 依题意有

$2x+\frac{4}{3}y=1.35\,(x+y)$, 即 $y=39x$.

因 $x+y$ 不能超过 70, 故只能有 $x=1$, $y=39$ 共有学生 1+39=40(人).

12. 分类计算如下:当涂黑的两个方格占两角时, 有 2 种涂法;当占两边时, 也有 2 种涂法, 当占一边一角时, 有 4 种涂法;当占一角一中心时, 有 1 种涂法;当占一边一中心时, 也有 1 种涂法.

合计共有 2+2+4+1+1=10(种)涂法.

13. 据已知条件, 四管按甲乙丙丁顺序各开 1 小时, 共开 4 小时, 池内灌进的水是全池的 $\frac{1}{3}-\frac{1}{4}+\frac{1}{5}-\frac{1}{6}=\frac{7}{60}$;加上池内原来的水, 池内有水 $\frac{1}{6}+\frac{7}{60}=\frac{17}{60}$.

再过四个 4 小时, 即 20 小时后, 池内有水 $\frac{17}{60}+4\times\frac{7}{60}=\frac{45}{60}=\frac{3}{4}$, 还需灌水 $1-\frac{3}{4}=\frac{1}{4}$. 此时可由甲管开 $\frac{1}{4}\div\frac{1}{3}=\frac{3}{4}$ (小时).

所以在 $20+\frac{3}{4}=20\frac{3}{4}$ (小时)后, 水开始溢出水池.

14. 黑板上写着的六数之和为 84. 每次操作, 黑板上的数就减少 1 个, 而同时黑板上各数之和也减少 1. 故一共可操作 5 次, 黑板上剩下的数为 84-5=79.

模拟训练题(十二)

一、填空题

1. $1-\dfrac{2}{1\times(1+2)}-\dfrac{3}{(1+2)\times(1+2+3)}-\dfrac{4}{(1+2+3)\times(1+2+3+4)}-\cdots$
$-\dfrac{10}{(1+2+\cdots+9)\times(1+2+\cdots+10)}=$______.

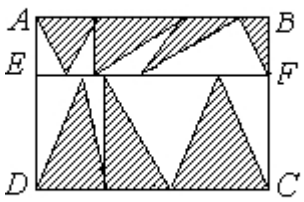
2. 一条绳子,折成相等的3段后,再折成相等的两折,然后从中间剪开,一共可以剪成____段.

3. 甲、乙、丙三数的和是188,甲数除以乙数,或丙数除以甲数,结果都是商6余2,乙数是______.

4. 某种商品,以减去定价的5%卖出,可得5250元的利润;以减去定价的2成5卖出,就会亏损1750元.这个物品的购入价是______元.

5. 一长方体长、宽、高分别为3、2、1厘米,一只小虫从一顶点出发,沿棱爬行,如果要求不走重复路线,小虫回到出发顶点所走最长路径是____厘米.

6. 如图,四边形$ABFE$和四边形$CDEF$都是矩形,AB的长是4厘米,BC的长是3厘米,那么图中阴影部分的面积是_____平方厘米.



7. 把自然数1,2,3,…99分成三组,如果每一组的平均数恰好都相等,那么这三个平均数的乘积是_____.

8. 用1~6六个数字任意写出一个真分数,已知参加写的人中总有4个人写出的真分数一样大.那么,至少有_____人参加写.

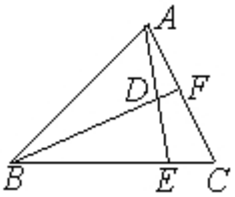
9. 以$[x]$表示不大于x的最大整数,那么,满足$[1.9x]+[8.8y]=36$的自然数x,y的值共有_____组.

10. 小明在计算器上从1开始,按自然数的顺序做连加练习.当他加到某一数时,结果是1991,后来发现中间漏加了一个数,那么,漏加的那个数是_____.

二、解答题

11. 太郎和次郎各有钱若干元.先是太郎把他的钱的一半给次郎,然后次郎把他当时所有钱的$\dfrac{1}{3}$给太郎.以后太郎又把他当时所有钱的$\dfrac{1}{4}$给了次郎,这时太郎就有675元,次郎就有1325元.问最初两人各有多少钱?

12. 在ΔABC中,$BE:EC=3:1$,D是AE的中点,且$BD:DF=7:1$.求$AF:FC$等于多少?



13. 甲、乙两人沿铁路边相对而行,速度一样.一列火车开来,整个列车从甲身边驶过用 8 秒钟.再过 5 分钟后又用 7 钞钟从乙身边驶过.问还要经过多少时间,甲、乙两人才相遇?

14. 如下面图 1 那样,在用塑料制的三棱柱形的筒里装着水,这个筒的展开图如下面图 2.

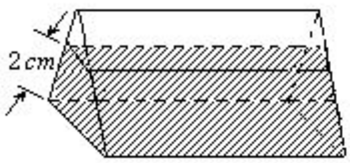


图 1

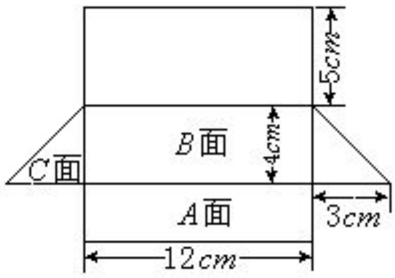


图 2

现在,如图 1 那样,把这个筒的 A 面作为底面,放在水平的桌面上,水面高度是 $2cm$.按上面讲的条件回答下列问题:
(1)把 B 面作为底面,放在水平的桌面上,水面高多少厘米?
(2)把 C 面(直角三角形的面)作为底面,放在水平的桌面上,水面高又是多少厘米?

1. $\frac{1}{55}$.

原式$=1-(1-\frac{1}{1+2})-(\frac{1}{1+2}-\frac{1}{1+2+3})-(\frac{1}{1+2+3}-\frac{1}{1+2+3+4})-\cdots$

$-(\frac{1}{1+2+\cdots+9}-\frac{1}{1+2+\cdots+10})=\frac{1}{1+2+\cdots+10}=\frac{1}{55}$.

2. 7. 将绳折成 3 段再对折,相当于折成 6 段,一刀与这 6 段有 6 个交叉点,将绳分成 7 段.

3. 4. 设乙数为x,则甲数为$6x+2$,丙数为 $6(6x+2)+2=36x+14$.

故有$x+(6x+2)+(36x+14)=188$,解得$x=4$.

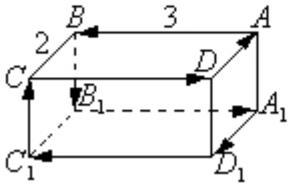
4. 28000.

商品的定价为 (5250+1750)÷[(1-50%)-(1-25%)]=35000(元).

商品的购入价为 35000×(1-5%)-5250=28000(元).

5. 18.

如图,长方形的顶点都是奇点,要将它们都变成偶点才能从一个顶点出发,回到原顶点且路线不重复,这就需要去掉 4 条棱.但显然不可能都去掉长度为 1 的或去掉 3 条长度为 1 的.



故去掉DD_1,AA_1,BC,B_1C_1,后,可沿 $A\,B\,B_1\,A_1\,D_1\,C_1\,C\,D\,A$ 走.共长 3+1+3+2+3+1+3+2=18(厘米).

6. 6.

上面 4 个三角形面积之和等于长方形$ABFE$面积的一半,下面 3 个三角形面积之和等于长方形$EFCD$面积的一半.

故阴影部分面积是长方形$ABCD$的一半,为 4×3÷2=6(平方厘米).

7. 125000.

设每一组的平均数为x,则$33x+33x+33x=1+2+3+\cdots+99$,

即$99x=\frac{99\times100}{2}$,从而$x=50$.

故三个平均数之积为 50^3=125000.

8. 34.

用 1~6 中的数字写的真分数有 1+2+3+4+5=15 个,其中$\frac{1}{2}=\frac{2}{4}=\frac{3}{6}$,$\frac{1}{3}=\frac{2}{6}$,

$\frac{2}{3}=\frac{4}{6}$.故值不相等的有 15-4=11 个.

因参写的人中总有 4 人写的真分数一样大,由抽屉原理知,至少有 11×3+1=34(人)参加.

9. 3.

显然$1\le y\le 4$(否则等式左边>36),当$y=1$时,有$x=15$;当$y=2$时,$x=10$;当$y=3$时,x不存在;当$y=4$时,$x=1$.

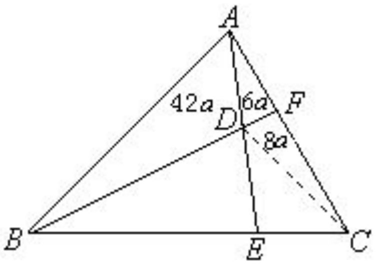
10. 25.

因 1+2+…+62=$\frac{62\times 63}{2}=1953$;又 1+2+…+63=2016. 1953<1991<2016.
故他计算的是后一算式,漏加之数为 2016-1991=25.

11. 用逆推法,列表如下:

	太 郎	次 郎
太郎送$\frac{1}{4}$给次郎后	675 元	1235 元
次郎送$\frac{1}{3}$给太郎后	900 元	1100 元
太郎送$\frac{1}{2}$给次郎后	350 元	1650 元
最 初	700 元	1300 元

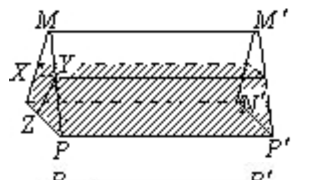
12. 设ΔAFD的面积为$6a$,因ΔADB的面积:ΔAFD的面积=7:1.故ΔADB的面积为$42a$.

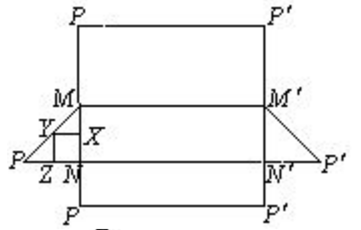


连结CD,ΔADF的面积:ΔADB的面积=$EC:BE=1:3$.故ΔADC的面积为$14a$,从而ΔDFC面积为 8a.
所以,$AF:FC=\Delta ADF$的面积:ΔDFC的面积=3:4.

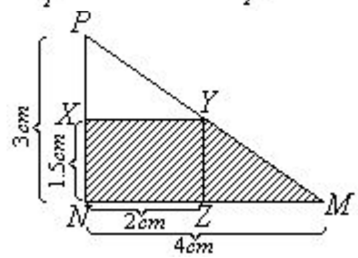
13. 设车速为每秒x米,人速为每秒y米,车长a米,则有:
$a=8(x-y)=7(x+y)$,故$x=15y$.
火车 5 分钟(300 秒)的路程为$300x$,故甲乙相遇时间为:
$300x\div(y+y)=300\times 15y\div 2y=2250$(秒).

14. 在图中标上字母如右图所示,
因X是MN的中点,故Y也是MP的中点,
$\Delta MXY,\Delta MNP$都是直角三角形.利用勾股定理,可求出$XY=1.5cm$,水的体积为
(1.5+3)×2÷2×12=54(cm^3).当YZ与PN垂直,交NP于Z时,$XY=NZ=ZP=1.5cm$,
$XN=YZ=2cm$.
故三角形XYM与三角形YZP完全一样.





(1)当B作底面时,侧面PMN如右图所示,因为ΔYZM与ΔXYP完全一样.故水深$1.5cm$.



(2)因高=体积÷底面积,ΔNMP面积=
3×4÷2=6(cm^2).故高为 54÷6=9(cm).

模拟训练题(十三)

一、填空题

1. $\dfrac{1+3+5+\cdots+17+19}{2+4+6+\cdots+18+20}=$______.

2. 从某天起,池塘水面上的浮草,每天增加一倍,50天后整个池塘长满了浮草,第_____天时,浮草所占面积是池塘的1/4.

3. 一个自然数与3的和是5的倍数,与3的差是6的倍数,这样的自然数中最小的是______.

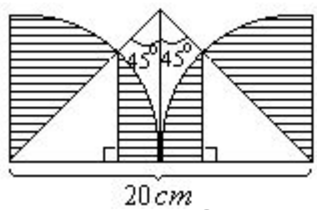
4. 在1, $\frac{1}{2},\frac{1}{3},\frac{1}{4},\cdots,\frac{1}{99},\frac{1}{100}$中选出若干个数,使它们的和大于3,至少要选____个数.

5. 在一次数学考试中,有10道选择题,评分办法是:答对一题得4分,答错一题倒扣1分,不答得0分,已知参加考试的学生中,至少有4人得分相同.那么,参加考试的学生至少有___人.

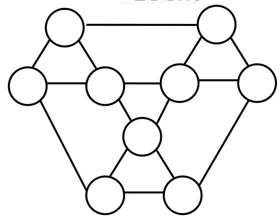
6. 1000减去它的一半,再减去余下的三分之一,再减去余下的四分之一,依此下去,直到减去余下的五百分之一,最后剩下______.

7. 把一个两位数的个位数字与其十位数字交换后得到一个新数,它与原来的数加起来恰好是某个自然数的平方.这个和数是_____.

8. 图中阴影部分的面积是_________.
(图中的三角形是等腰直角三角形, $\pi=3.14$)



9. 如图所示的9个圆圈在4个小的等边三角形和3个大的等边三角形的顶点处,在图上将1~9这9个数字填入圆圈,要求这7个三角形中每个三角形3个顶点上的数字之和都相等.



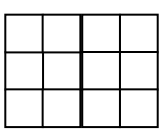
10. 某个家庭有4个成员,他们的年龄各不相同,4人年龄的和是129岁,其中有3人的年龄是平方数.如果倒退15年,这4人中仍有3人的年龄是平方数.请问,他们4人现在的年龄分别是______.

二、解答题

11. 有一次,若干文艺工作者和若干运动员开联欢会.已知其中女同志有26人,女文艺工作者是联欢会总数的1/6,文艺工作者比运动员多2人,男文艺工作者比女运动员多5人.求:(1)文艺工作者的人数;(2)男运动员的人数.

12. 某人以匀速行走在一条公路上,公路的前后两端每隔相同的时间发一辆公共汽车.他发现每隔15分钟有一辆公共汽车追上他;每隔10分钟有一辆公共汽车迎面驶来擦身而过.问公共汽车每隔多少分钟发车一辆?

13. 从1~13这13个数中挑出12个数填入图中的小方格中,使每一横行四数之和相等,使每一竖列三数之和相等.



14. 某种机床,重庆需要8台,武汉需要6台,正好北京有10台,上海有4台,每台机床的运费如下表,请问应该怎样调运,才能使总运费最省?(单位:元)

终点 起点	武 汉	重 庆
北 京	400	800
上 海	300	500

答 案:

1. $\frac{10}{11}$.

原式=$\frac{(1+19)\times10}{(2+20)\times10}=\frac{10}{11}$.

2. 48.

逆推:第 49 天,浮草所占面积是池塘的$\frac{1}{2}$;

第 48 天,浮草所占面积是池塘的$\frac{1}{4}$.

3. 27.

这个数与 3 的和是 5 的倍数,故它除以 5 余 2,将除以 5 余 2 的数由小到大排列得:2,7,12,17,22,27,…其中与 3 的差是 6 的倍数的最小的数是 27.

4. 11.

要使所选的数的个数尽可能小,就要尽量选用大数.故只需按次取就可以了.

因$1+\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\cdots+\frac{1}{10}\approx2.928$,$1+\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\cdots+\frac{1}{11}\approx3.01$,故至少要选 11 个数.

5. 136.

按这种记分方法,最高可得 40 分,最低是倒扣 10 分,共有 40+10+1=51(种)不同分数.但其中有 39,38,37,34,33,29 这六个分数是得不到的.故实际有 51-6=45(种)不同分数.

为了保证至少有 4 人得分相同,那么参加考试的学生至少有 45×3+1=136(人)

6. 2.

剩下之数为 $1000\times(1-\frac{1}{2})\times(1-\frac{1}{3})\times(1-\frac{1}{4})\times\cdots\times(1-\frac{1}{500})=1000\times\frac{1}{2}\times\frac{2}{3}\times\frac{3}{4}$

$\times\cdots\times\frac{499}{500}=\frac{1000}{500}=2$.

7. 121.

设原数为$10a+b$,新数为$10b+a$,其和为$11(a+b)$,因其为完全平方数.

故$a+b=11$,这个完全平方数为 11×11=121.

8. $107\,cm^2$.

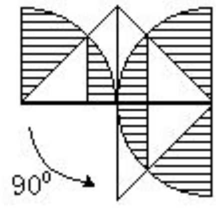
如图所示,

将图的左半部分向下旋转 90^0 后,

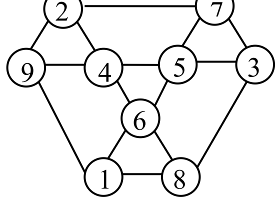
阴影部分的面积就等于从半径为$10cm$

的等腰直角三角形面积:

$10\times10\times3.14\div2-10\times10\div2=107(cm^2)$.



9. 此题填法较多,下面给出一种.



10.　16, 24, 25, 64.
因为现在的年龄能倒退 15 年, 故每人年龄必都大于 15 岁. 据此, 不可能有 9^2 和 10^2 年龄的人, 于是所考虑的平方数是 16, 25, 36, 49, 64, 倒退 15 年依次是 1, 10, 21, 34, 49 岁. 我们可以确定 16 和 64 二数, 由 129-(16+64)=49, 还有一个只能是 49-25=24, 而 24-15=9=3^2 正好符合要求. 因此本题答案是:四人年龄分别为 16, 24, 25, 64 岁.

11.　设女文艺工作者有 x 人, 则联欢会总人数为 $6x$, 从而女运动员有 $(26-x)$ 人, 男文艺工作者有 $(26-x)+5=31-x$ (人). 故文艺工作者共有 $x+(31-x)=31$
(人).
运动员共有 31-2=29(人), 于是有 31+29= $6x$, x=10.
男运动员有 $29-(26-x)=3+x=13$ (人).

12.　设公共汽车每隔 x 分钟发车一次.
因人 15 分钟的路程与车行 $(15-x)$ 分钟路程相等; 人 10 分钟的路程与车行
$(x-10)$ 分钟路程相等. 故有 15: $(15-x)$=10: $(x-10)$.
解这个方程得 $x=12$, 即公共汽车每 12 分钟发一次.

13.　本题有许多种填法, 下面给出一种.

1	13	4	10
9	6	5	8
11	2	12	3

说明: 因 1+2+…+13=91, 要去掉一个数, 使剩下的 12 数之和即能被 3 整除, 又能被 4 整除, 即能被 12 整除, 因 91÷12=7…7. 故应去掉之数为 7, 12 数之和为 84. 每一横行四数之和为 84÷3=28; 每一竖列三数之和为 84÷4=21, 再局部调整就可以得到一种填法.

14.　设北京运往武汉 x 台, 则上海运往武汉 $6-x$ 台, 北京运往重庆 $(10-x)$ 台, 上海运往重庆 $4-(6-x)=(x-2)$ 台, 显然应有 $2\le x\le 6$.
总运价为 $400x+800(10-x)+300(6-x)+500(x-2)=8800-200x$ (元).
故当 $x=6$ 时, 运价最省, 为 7600 元.
调运方案如下表:

	武汉	重庆
北京	6	4
上海	0	4

模拟训练题(十四)

一、填空题

1. 1~10000 的自然数中,能被 5 或 7 整除的数共有_____个;不能被 5 也不能被 7 整除的数共有_____个.

2. 计算:$0.\underbrace{00\cdots0}_{963\text{个}0}181\times0.\underbrace{00\cdots0}_{1028\text{个}0}11=$________.

3. 要使 6 位数 15□□□6 能够被 36 整除而且所得的商最大,□□□内应填______.

4. 把 200 本书分给某班学生,已知其中总有人分到 6 本.那么,这个班最多有______人.

5. 有一个数除以 5 余数是 3,除以 7 余数是 2,这个数除以 35 的余数是_____.

6. 桌上有一个固定圆盘与一个活动圆盘,这两个圆盘的半径相等.将活动圆盘绕着固定圆盘的边缘作无滑动的滚动(滚动时始终保持两盘边缘密切相接).当活动圆盘绕着固定圆盘转动一周后,活动圆盘本身旋转了______圈.

7. 甲、乙两包糖的重量比是 4:1,如果从甲包取出 10 克放入乙包后,甲、乙两包糖的重量比变为 7:8,那么两包糖重量的总和是_____克.

8. 设 1,3,9,27,81,243 是 6 个给定的数,从这 6 个数中每次或者取一个,或者取几个不同的数求和(每个数只能取一次),可以得到一个新数,这样共得到 63 个新数,如果把它们从小到大依次排列起来是 1,3,4,9,10,12…,那么第 60 个数是_____.

9. 对 120 种食物是否含有维生素甲、乙、丙进行调查,结果是:含甲的 62 种,含乙的 90 种,含丙的 68 种;含甲、乙的 48 种,含甲、丙的 36 种,含乙、丙的 50 种;含甲、乙、丙的 25 种.问(1)仅含维生素甲的有____种;(2)不含甲、乙、丙三种维生素的有____种.

10. 已知一个三位数能被 45 整除,它的各位上的数字都不相同.这样的三位数有_______个.

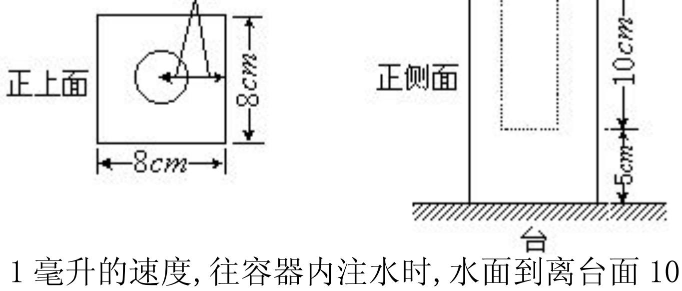
二、解答题

11. 老师黑板上写了十三个自然数,让小明计算平均数(保留两位小数),小明计算出的答数是 12.43.老师说最后一位数字错了,其它的数字都对.正确答案应该是什么?

12. 下面是两个五位数相乘的乘法算式.其中“从小爱数学”的每一个字代表一个数字.请你根据这个算式,确定出“从小爱数学”所表示的五位数.

从小爱数学
×）从小爱数学
____
从小爱数学

13. 下图是从一个立体图形的正上面与正侧面看到的图形,试回答下列问题:



(1)以每秒 1 毫升的速度,往容器内注水时,水面到离台面 10cm 的地方为止,需要多少秒?
(2)求这个立体图形的体积.(3)求这个立体图形的表面积.($\pi=3$)

14. 有一个K位数N,在它的两头各添上一个 1 以后就变成一个$K+2$位的数M.若M是N

的 99 倍,求当K最小时,N的值.

答 案

1. 3143;6857.

1~10000 中,5 的倍数有$[\frac{10000}{5}]=2000$(个),

7 的倍数有$[\frac{10000}{7}]=1428$(个),

5×7=35 的倍数有$[\frac{10000}{5\times7}]=285$(个).

故能被 5 或 7 整除的数有 2000+1428-285=3143(个),
而不能被 5 也不能被 7 整除的数有 10000-3143=6857(个).

2. 0.$\underbrace{00\cdots00}_{1991个0}$1991.

3. 987. 为使商最大,则被除数也应最大,故千位上可填入 9;又被除数是 4 的倍数,故十位应填入 1,3,5,7,9.此时对应的百位数应填入 5,3,1,8,6.故三个方柜中的数为 987.

4. 39. 当这个班人数有 40 人时,可能每人分 5 本,而无人分到 6 本.当人数不超过 39 人时,至少有一学生分到$[\frac{200}{39}]+1=6$(本).

5. 23. 将被 7 除余 2 的数由小到大排列得:2,9,16,23,…其中第一个被 5 除余 3 的数是 23.故同时被 7 除余 2,被 5 除余 2 的数可以写成$35n+23$,即该数除以 35 余 23.

6. 2. 因“转动一周后”,活动盘本身也随着旋转了一周.故活动盘本身旋转 2 周.

7. 30. 设甲包糖重$4x$克,乙包糖重x克,则$(4x-10):(x+10)=7:8$,解得$x=6$,共重$5x=30$(克).

8. 355. 最大的一个是$a=1+3+9+27+81+243=364$,第 62 个是$a-1$,第 61 个是$a-3$,第 60 个是$a-9=355$.

9. (1)3; (2)9.
(1)含甲和丙,而不含有乙的有 36-25=11(种),只含有甲的有 62-48-11=3(种).
(2)由容斥原理知,至少含甲、乙、丙一种的有 62+90+68-48-36-50+25=111(种).
故不含甲、乙、丙三种的有 120-111=9(种).

10. 18. 因为这个三位数是 5 的倍数,故它的末位应该为 5 或 0.若它的末位为 0,因这个三位数又是 9 的倍数.故百位与十位有 9 种可能:18,27,…,90.即这样的三位数有 9 个.
若它的末位为 5,同样,因为这个三位数是 9 的倍数.故它的前两位数字之和为 4 或 13.这时有如下 9 种可能:13,31,40,49,58,67,76,85,94.即这样三位数也有 9 个.
故这样的三位数一共有 9+9=18(个).

11. 设正确答案为x,则 12.39<x<12.50,x是十三个自然数的平均数,它的 13 倍应为一个自然数:$\therefore 161.07<13x<162.5$.
但 161÷13≈12.38, 162÷13≈12.46.
故应判断$13x$近似值为 126,$x\approx162\div13\approx12.46$.

12. 设“从小爱数学”=x,则x^2-x应为 100000 的倍数.即x^2与x的末五位数字相同,它们的差是 100000 的倍数.因$x^2-x=x(x-1)$是两相邻整数,且它们互盾.又 100000=$2^5\times5^5$=32×3125,故x与$x-1$中奇数是 3125 的倍数,偶数是 32 的倍数.由算式中不难看出,“小”=0,故能被 3125 整除的五位数中仅 40625 和 90625 符合.与它们相邻的数为 40624、40626 或 90624、90626.但此四数中仅 90624 是 32 的倍数.故所求的数为 90625.

13. (1)2×2×3×(10-5)=60cm^3,60÷1=60(秒).
(2)8×8×(10+5)- 2×2×3×10=840cm^3.

(3)底面积 8×8×2=128 cm^2;

外侧面的面积为 8×(10+5)×4=480 cm^2;

内侧面积为 4×3×10=120 cm^2;

表面积为 128+480+120=728 cm^2.

14. 由已知,有 $M=10^{K+1}+10N+1$,且有:$99N=M=10^{K+1}+10N+1$.
故 $89N=10^{K+1}+1$,$\therefore N=(10^{K+1}+1)\div 89$.
用 1000…除以 89 直到首次余 88 为止,不难求出:
$N=112359550561797752809$.

模拟训练题(十五)

一、填空题

1. 计算:$(\frac{1}{30}+\frac{1}{35}+\frac{1}{63})\times 2\frac{1}{7}$=______.

2. 把数字 1, 2, 3, 6, 7 分别写在五张卡片上, 从中任取 2 张卡片拼成两位数. 6 的卡片也可当 9 用, 在这些两位数中质数的个数是_____个.

3. 将$\frac{1}{7}$化成小数, 那么小数点后的第 1993 位的数字是___, 此 1993 个数字之和等于______.

4. 五位数$\overline{x679y}$能被 72 整除, 这个五位数是_____.

5. 已知一串分数$\frac{1}{1};\frac{1}{2},\frac{2}{2};\frac{1}{3},\frac{2}{3},\frac{3}{3};\frac{1}{4},\frac{2}{4},\frac{3}{4},\frac{4}{4};\cdots$

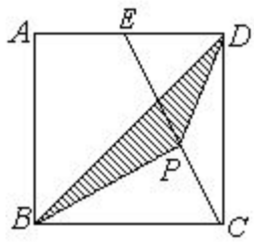
(1) $\frac{7}{50}$是此串分数中的第_____个分数;

(2)第 115 个分数是_____.

6. 某商店由于进货价下降 8%, 而售价不变, 使得它的利率(按进货价而定)由目前的x%增加到(x+10%), 则x=_____.

7. 客车速度每小时 72 千米, 货车速度每小时 60 千米, 两列火车相向而行, 货车每节车厢长 10 米, 火车头与车尾守室长相当于两节车厢, 每节车厢装 50 吨含铁 60%的铁矿石, 客车司机发现这列货车从他身边过时共花时间 12 秒, 问这货车装的铁矿石共可炼铁_____吨.

8. 杯子里盛有浓度为 80%的酒精 100 克, 现从中倒出 10 克, 加入 10 克水, 搅匀后, 再倒出 10 克, 再倒入 10 克水, 问此时杯中纯酒精有____克, 水有____克.

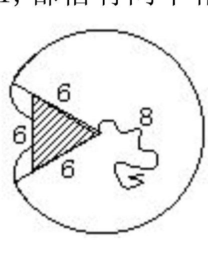


9. 如图, 已知边长为 8 的正方形$ABCD, E$为AD的中点, P为CE的中点, ΔBDP的面积________.

10. 某校活跃体育活动, 购买同样的篮球 7 个, 排球 5 个, 足球 3 个, 共花费用 450 元, 后来又买同样的篮球 3 个, 排球 2 个, 足球 1 个共花费 170 元, 问买同样的篮球 1 个, 排球 1 个, 足球 1 个, 共需_____元.

二、解答题

11. 1231, 1005, 1993 这几个数有许多相同之处:它们都是四位数, 最高位是 1, 都恰有两个相同的数字, 一共有多少个这样的数?



12. 如图, 有一只狗被缚在一建筑物的墙角上, 这个建筑物是边长都等于 6 米的等边三角形, 绳长是 8 米. 求绳被狗拉紧时, 狗运动后所围成的总面积.

13. 某人从住地外出有两种方案:一种是骑自行车去;另一种是乘公共汽车

去. 显然公共汽车的速度比自行车的速度快, 但乘公共汽车有一个等候时间(候车时间可看作是固定不变的). 在任何情况下, 他总是采用花时间最少的最佳方案. 下表表示他到达 A,B,C 三地采用最佳方案所需要的时间.
为了到达离住地 8 千米的地方, 他需要花多少分钟?并简述理由.

目的地	目的地离住地的距离	最佳方案所需的时间
A	2 千米	12 分钟
B	3 千米	15.5 分钟
C	4 千米	18 分钟

14. 有 A,B,C 三个足球队, 两两比赛一次, 一共比赛了三场球, 每个队的比赛结果累计填在下表内. 根据表上的结果, 你能不能写出三场球赛的具体比分?

	胜	负	平	入球	失球
A	2			6	2
B	1	1		4	4
C		2		2	6

1. $\frac{1}{6}$.

原式=$\frac{49}{2\times5\times7\times9}\times\frac{15}{7}=\frac{1}{6}$.

2. 13.

逐一枚举,有 13,17,19,23,29,31,37,61,67,71,73,79,97 共 13 个.

3. 1; 8965.

因$\frac{1}{7}=0.\dot{1}4285\dot{7}$,因 1993÷6=332…1.故第 1993 位是 1,这 1993 个数字之和为(1+4+2+8+5+7)×332+1=8965.

4. 36792.

$\overline{79y}$是 8 的倍数,故$y=2$.又x+6+7+9+2 是 9 的倍数,故$x=3$,五位数为 36792.

5. (1)1232; (2)$\frac{10}{15}$.

这个分数串的规律是第几组就有几个分数在同一组中,分母不变,分子由小到大.

(1)根据规律知$\frac{7}{50}$位于这串分数中的第 50 组的第 7 个数,而前 49 组共有 1+2+…+49=1225(个),又 1225+7=1232,故$\frac{7}{50}$是这串分数中的第 1232 个数.

(2)因 1+2+3+…+14=105,故第 115 个分数应是第 15 组中的第 10 个分数,即$\frac{10}{15}$.

6. 15.

设原进价为a,依题意得方程:$a(1+x\%)=a(1-8\%)[1+(x+10)\%]$,

解得$x=15$.

7. 1260.

客车速度可化为 (72×1000)÷(60×60)=20(米/秒),

货车的速度可化为 (60×1000)×(60×60)=$\frac{50}{3}$(米/秒).

故货车长($\frac{50}{3}$+20)×12=440(米),它有车厢(440÷10)-2=42(节),从而这些矿石可炼铁 42×50×60%=1260(吨).

8. 64.8; 35.2.

第一次倒出 10 克,再加入 10 克水后,溶液浓度为(100-10)×80%÷100=72%.

第二次倒出 10 克,再加入 10 克水后,纯酒精有(100-10)×72%=64.8(克),水有 100-64.8=35.2(克).

9. 8.

连结BE,ΔBEC的面积=$\frac{1}{2}$×正方形$ABCD$的面积=$\frac{1}{2}$×8×8=32;

ΔBPC的面积=$\frac{1}{2}$×ΔBEC的面积=16;

ΔCDE的面积=$\frac{1}{2}$×8×4=16;

ΔCDP的面积=$\frac{1}{2}$×ΔCDE的面积=$\frac{1}{2}$×16=8. 而ΔABD的面积=$\frac{1}{2}$×8×8=32.

故ΔBDP的面积=正方形$ABCD$的面积－ΔABD的面积－ΔBPC的面积－ΔDPC的面积=64-32-16-8=8(平方单位).

10. 110.

设篮球、排球、足球的定价为每个x元,y元,z元,依题意得:

$7x+5y+3z=450$ (1)

$3x+y+z=170$ (2)

(2)×2: $6x+4y+2z=340$ (3)

(1)-(3): $x+y+z=110$.

即买篮球1个,排球1个,足球1个需110元.

11. 将符合条件的数分成两类:

(1)两个相同的数就是1的,先排末三位中的1,它有3个位置可选择;再排其他两位,有9×8种方法.共有3×9×8=216(种)方法.

(2)两个相同的数不是1的,选一个数字使它重复,有9种方法.再选一个不同数字有8种方法,将这三个数排在末三位有3种方法,一共有9×8×3=216种方法.

合计共有216+216=432(种)方法.

12. 总面积是一个大扇形和两个面积相等的小扇形的面积之和.大扇形半径为8,中心角为300;小扇形关径为2米,中心角为120^0.

故总面积为 $\frac{300}{360}\times\pi\times8^2+2\times\frac{120}{360}\times\pi\times2^2=56\pi\approx175.84$(平方米).

13. 从A,B两地相差1千米,多用3.5分钟;而B,C两地相差1千米,只多用2.5分钟.

故他到较远处的C地是乘公共汽车,而到较近的A地是骑自行车.

显然去B地不是骑自行车,因为如果去B地采用骑自行车方案,那么需要时间是(12÷2)×3=18(分钟),而实际最值方案只需15.5分钟.故到B地去是乘公共汽车.

由B,C两地都是乘公共汽车,可知汽车1千米需18-15.5=2.5(分钟),由此可求得候车时间是8分钟.

故到达离住地8千米的地方应用乘公共汽车的方案,需时8+2.5×8=28(分钟).

14. A失2球,如全是失于B,则B一共得4球,另2球是胜C的,则B与C成2:2平,与知矛盾;如全是失于C,则B所得4球全是胜C的,B与C成4:0,A与C成2:2,矛盾.故A各失1球于B,C.

B共入4球,另三球是胜C的,C共入2球,另一球是胜B的,故B与C成3:1.

C共失6球,另3球失于A,故A与C成3:1.

B失4球,一球失于C,三球失于A,故A与B也成3:1.

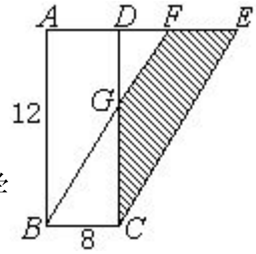
模拟训练题(十六)

一、填空题

1. 计算:$1+\frac{1}{1+2}+\frac{1}{1+2+3}+\cdots\cdots+\frac{1}{1+2+3+\cdots+100}=$______.

2. 有一列数,第一个数是 1;第二个数是 3,从第三个数起,每个数都等于它前面两个数中较大的一个减去较小的一个数的差,则这列数中前 100 个数之和等于______.

3. 37249 和 278 的积被 7 除,余数是______.



4. 如图,长方形 $ABCD$ 中, AB =12 厘米, BC =8 厘米,平行四边形 $BCEF$ 的一边 BF 交 CD 于 G,若梯形 $CEFG$ 的面积为 64 平方厘米,则 DG 长为______.

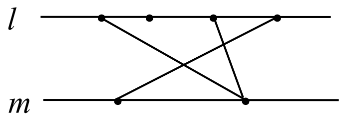
5. 某小学举行数学、语文、常识三科竞赛,学生中至少参加一科的:数学 203 人,语文 179 人,常识 165 人.参加两科的:数学、语文 143 人,数学、常识 116 人,语文、常识 97 人,三科都参加的:89 人.问这个小学参加竞赛的总人数有______人.

6. 分子和分母的和是 23,分母增加 19 后得一新分数,将这一新分数化为最简分数为 1/5,原来的分数是_____.

7. 某校组织甲、乙两班去距离学校 30 公里处参观,学校有一辆交通车,只能坐一个班,车速每小时 45 公里,人行速度每小时 5 公里,为了使两班同学尽早到达,他们上午 8 时同时从校出发, 那么两班到达参观地点是上午____时____分____秒.

8. 一个长方体的长宽高之比为 3:2:1,若长方体的棱长总和等于正方体的棱长总和,则长方体表面积与正方体的表面积比为_____,长方体体积与正方体的体积之比为______.

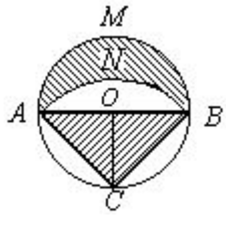
9. 如下图,l 与 m 是两条平行直线,在直线 l 上有且只有 4 个不同的点,请你在 m 上取若干个不同的点,将直线 l 与 m 上的点连成线段,这些线段在 l 与 m 之间的交点最少有 60 个时,那么在直线 m 上至少要取____个点.



10. 有一个边数为 1991 的凸多边形,在其 1991 个内角中最多有____个锐角.

二、解答题

11. 如图, O 为圆心, CO 垂直于直径 AB . 以 C 为圆心, CA 为半径画弧将圆分出一个弯月形.试说明,为什么 ΔABC 的面积等于弯月形 $AMBN$ 的面积?



12. 从 A 地到 B 地,甲以每小时 5 千米的速度走完全程的一半,又以每小时 4 千米的速度走完剩下的一半路程;乙用一半的时间每小时走 5 千米,另一半时间每小时走 4 千米.试经过计算断定,甲乙两人哪个用的时间少?

13. 每一次都可将黑板上所写的数加倍或者擦去它的末位数.假定一开始所写的数为 458.那么,可怎样经过几次所述的变化来得到 14?

14. 有 5 个砝码,它们的质量分别为 1000 克、1001 克、1002 克、1004 克和 1007 克,但砝码上并未注明质量而外观又完全相同.现有一台带指针的台秤,它可以称明物体质量的克数,怎

样才能只称 3 次,就确定出重为 1000 克的砝码?

答 案

答 案:

1. $1\frac{99}{101}$.

原式 $=\frac{2}{1\times 2}+\frac{2}{2\times 3}+\cdots+\frac{2}{100\times 101}$

$$=2\times[(1-\frac{1}{2})+(\frac{1}{2}-\frac{1}{3})+\cdots+(\frac{1}{100}-\frac{1}{101})]$$

$$=2(1-\frac{1}{101})$$

$$=1\frac{99}{101}.$$

2. 103.

这列数依次为 1,3,2,1,1,0,1,1,0,…1,1,0,1.它们之和为 1+3+2+32×(1+1+0)+1=103.

3. 3.

37249÷7=5321…2,278÷7=39…5.又 2×5÷7=1…3.故其积除以 7 余 3.

4. 4 厘米.

因为长方形 $ABCD$ 与平行四边形 $BCEF$ 同底等高,故它们的面积相等.从而梯形 $ADGB$ 的面积与梯形 $GFEC$ 的面积相等为 64 平方厘米,于是它的上底 DG =64×2÷8-12=4(厘米).

5. 280.

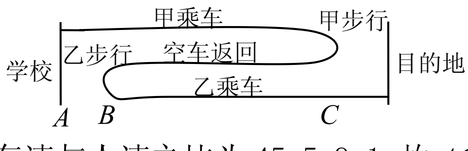
由容斥原理知,这个小学参加竞赛的人数为(203+179+165)-(143+116+97)+89=280(人).

6. $\frac{7}{16}$.

设原来的分母为 x,则分子为 $(23-x)$.由题意有 $\frac{23-x}{x+19}=\frac{1}{5}$,解得 $x=16$,故原分数为 $\frac{7}{16}$.

7. 10; 8; 0.

如图,设 A 是学校, D 是目的地.甲班先乘车到 C 地下车后步行,空车自 C 返回在途中 B 处遇到从 A 步行到 B 的乙班,乙班同学在 B 处乘车与步行的甲班同时到达 D.



因车速与人速之比为 45:5=9:1,故 $AC+CB$ (车行路程)与 AB 之比为 9:1.故 $AC=5AB$.又显然有 $CD=AB$ (否则两班不能同时到达).故有 $AB=CD=$ 30 ÷ (5+1)=6(公里), $AC=5AB$ =30(公里).车行总路程为 $AC+CB+BD$ =36+24+36

=96(公里)总时间为 96÷45=$2\frac{2}{15}$(小时),即 2 小时 8 分. 故到达时间为 10 时 8 分 0 秒.

8. 11:12; 3:4.
设长方体的长宽高分别为$3a, 2a$和a,则其棱长之和为$4\times(3a+2a+a)=24a$
从而正方体棱长为$24a\div12=2a$.
长方体表面积为 $2\times(3a\times2a+3a\times a+2a\times a)=22a^2$;
正方体表面积为 $6\times(2a)^2=24a^2$,其比为 22:24=11:12.
长方体体积为 $3a\times2a\times a=6a^3$;
正方体体积为$(2a)^3=8a^3$,其比为 6:8=3:4.

9. 5.
设直线m上有x个点,l与m之间交点的个数由l上的两点与m上的两点唯一确定.
在l上的四个点中选两点,有$\frac{4\times3}{2}=6$(种)方法,在m的x个点中选两点,有$\frac{x(x-1)}{2}$种方法.
故其在l与m的交点个数为$6\times\frac{x(x-1)}{2}\ge60$,即$x(x-1)\ge20$,从而$x\ge5$.

10. 3。多边形的外角和为 360^0,若多边形有 4 个内角是锐角,则这 4 个角的外角都是钝角,其和就大于 360^0 了.

11. 设圆的半径为r,则ΔABC的面积等于两个直角边长为r的等腰直角三角形面积之和,即$2\times\frac{1}{2}\times r\times r=r^2$. 但这个面积又等于$\frac{1}{2}\times AC\times BC=\frac{1}{2}AC^2$,故$AC^2=2r^2$.
弯月形$AMBN$的面积等于半圆ABM的面积加上三角形ABC的面积,再减去以直角为中心角的扇形$CANB$的面积,即$\frac{1}{2}\times\pi r^2+r^2-\frac{1}{4}\times\pi(2r^2)=r^2$.
故弯月形面积与ΔABC面积相等.

12. 甲的平均速度为 $1\div(\frac{1}{2}\div5+\frac{1}{2}\div4)=4\frac{4}{9}$(千米/小时);

乙的平均速度为 (4+5)÷2=$4\frac{1}{2}$(千米/小时). 故乙用的时间少.

13. $458\xrightarrow{\text{去掉8}}45\xrightarrow{\text{加倍}}90\xrightarrow{\text{加倍}}180\xrightarrow{\text{加倍}}360\xrightarrow{\text{加倍}}$
$720\xrightarrow{\text{去掉0}}72\xrightarrow{\text{去掉2}}7\xrightarrow{\text{加倍}}14$.

14. 容易验证,只要我们知道了任何两个砝码的质量之和,那么就可以确定这两个砝码的单个质量组成情况. 例如,两个砝码质量之和为 2003 克,就可知这两个砝码是由 1001 克和 1002 克的砝码组成的.

我们先任取两对砝码过称,分别称出每对砝码的质量的和. 这样就可以知道这两对砝码中是否包括了那个重为 1000 克的砝码.

如果包括了它,那么就只要将包括它的一对砝码中的一个过称,就可以将它确定下来.
如果不包括它,那么剩下的一个就是重量为 1000 克的砝码.

模拟训练题(十七)

一、填空题

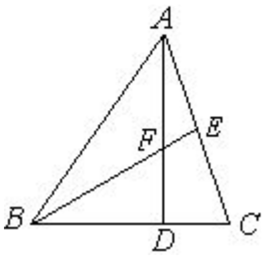
1. 将 2, 3, 4, 5, 10 这 5 个数, 每次取出两个分别作为一个分数的分子和分母, 一共可以组成____个不相等的真分数.

2. 某体育用品商店, 从批发部购进 100 个足球, 80 个篮球, 共花去 2800 元; 在商店零售时, 每个足球加价 5%, 每个篮球加价 10%. 这样全部卖出后共收入 3020 元, 原来一个足球和一个篮球共______元.

3. 已知六位数 19□88□能被 35 整除, 空格中的数字依次是_______.

4. 一条河水流速度恒为每小时 3 公里, 一只汽船用恒定的速度顺流 4 公里再返回原地, 恰好用 1 小时(不计船掉头时间), 则汽船顺流速度与逆流速度的比是______.

5. 如图三角形 ABC 中, E 为 AC 之中点. $BD=2DC$, AD 与 BE 交于 F, 则三角形 BDF 的面积:四边形 $DCEF$ 的面积=_______.



6. 用 1, 2, 3, 4 这 4 个数字任意写出一个一万位数, 从这个一万位数中任意截取相邻的 4 个数字, 可以组成许许多多的四位数, 这些四位数中, 至少有_____个相同.

7. 某项工程进行招标, 甲、乙两工程队承包 $2\frac{2}{5}$ 天完成需人民币 1800 元, 乙、丙两工程队承包 $3\frac{3}{4}$ 天完成需人民币 1500 元, 甲、丙两工程队承包 $2\frac{6}{7}$ 天完成需人民币 1600 元, 现要求由某队单独承包且在一星期内完成, 所需费用最省, 则被招标的应是_____工程队.

8. 从 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 中取三个不同的数组成三位数 $\overline{xyz}$, 那么 $\frac{\overline{xyz}}{x+y+z}$ 的最小值是_____.

9. 有甲、乙两堆小球, 甲堆小球比乙堆多, 而且甲堆球数比 130 多, 但不超过 200, 从甲堆拿出与乙堆同样多的球放入乙堆中; 第二次, 从乙堆拿出与甲堆剩下的同样多的球放到甲堆中; ……, 如此继续下去, 挪动五次以后, 发现甲、乙两堆的小球一样多. 那么, 甲堆原有小球_____只.

10. 用 1, 4, 5, 6 四个数, 通过四则运算(允许用括号), 组成一个算式, 使算式的结果是 24, 那么这个算式是________.

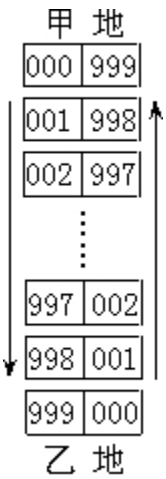
二、解答题

11. 将 14 个互不相同的自然数,从小到大依次排成一列,已知它们的总和是 170,如果去掉最大的数及最小的数.那么剩下的数的总和是 150,在原来的次序中,第二个数是多少?

12. 将三个连续自然数和记作 A,将紧接它们之后的三个连续自然数的和记作 B.试问,乘积 $A\times B$ 能否等于 111111111(共 9 个 1)?

13. 甲、乙两车分别从 A、B 两地同时出发,在 A、B 两地之间不断往返行驶.甲、乙两车的速度比为 3:7,并且甲、乙两车第 1996 次相遇的地点和第 1997 次相遇的地点恰好相距 120 千米(注:当甲、乙两车同向时,乙车追上甲车不算作相遇).那么,A、B 两地之间的距离是多少千米?

14. 甲、乙两地相距 999 公里,沿路设有标志着距甲地及乙地的里程碑(如右图所示).
试问:有多少个里程碑上只有两个不同的数码?
(说明:⑴例如,里程碑 $\boxed{000|999}$ 上只有两个不同的数码 0 和 9;而里程碑 $\boxed{001|998}$ 上有 4 个不同的数码 0,1,9 和 8.
⑵本题要求得出符合题意的里程碑的个数,并说明理由.不要求写出一个个具体的里程碑.)



答 案:

1. 8.

以 3, 4, 5, 10 为分母的真分数共有 1+2+3+4=10(个), 但其中 $\frac{2}{4}=\frac{5}{10}$, $\frac{2}{5}=\frac{2}{10}$.

故应去掉两个与另一分数相等的, 一共可组成 8 个不相等的真分数.

2. 32.

如果都是加价 5%, 则卖出后应收入 2800×(1+5%)=2940(元), 与实际相差 3020-2940=80(元).

故一个篮球的价格是 80÷{80×[(1+10%)-(1+5%)]}=20(元);

一个足球的价格是(2800-80×20)÷100=12(元).

原来一个篮球和一个足球共 20+12=32(元).

3. 4, 0 或 2, 5 或 9, 5.

设这个六位数是 $\overline{19x88y}$, 因其是 35 的倍数. 故 $y=0$ 或 5.

若 $y=0$,

故六位数为 $\overline{19x880}=190880+1000x=35\times5435+35\times28x+20x+25$.

因 x 为一位数, 又 $20x+25$ 是 35 的倍数, 故 $x=4$.

若 $y=5$,

故六位数为 $\overline{19x885}=190885+1000x=35\times5435+35\times28x+20x+30$.

因 x 为一位数, 又 $20x+30$ 是 35 的倍数, 故 $x=2$ 或 9.

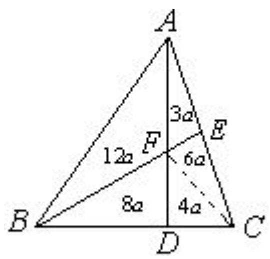
于是有 $x=4$, $y=0$ 或 $x=2$, $y=5$ 或 $x=9$, $y=5$.

4. 2:1.

设汽船在静水中的速度为每小时 x 公里, 则 $\frac{4}{x+3}+\frac{4}{x-3}=1$, 解得 $x=9$. 故顺流速度与逆流速度之比为 $(x+3):(x-3)=2:1$.

5. 8:7.

如图, 连结 CF, 设 ΔCFD 面积为 $4a$, 则 ΔBFD 面积为 $8a$, 而 ΔAFB 的面积= ΔBFC 的面积 $=8a+4a=12a$. ΔAFC 的面积= $\frac{1}{2}\times\Delta AFB$ 的面积= $\frac{1}{2}\times12a=6a$, 从而有 ΔEFC 的面积= ΔAFE 的面积= $3a$.



所以, 三角形 BDF 的面积:四边形 $DCEF$ 的面积= $8a:(4a+3a)=8:7$.

6. 40.

从这个一万位数中任意截取相邻的四位数, 可以组成 9997 个四位数.

另外,用 1,2,3,4 这 4 个数字写四位数,可以有 4×4×4×4=256(种)不同四位数.故其中必有 $[\frac{9997}{256}]+1=40$ 个相同的.

7. 乙.

先求甲、乙、丙一天所需经费:

甲乙合做每天 1800÷$\frac{12}{5}$=750(元);

乙丙合做每天 1500÷$3\frac{3}{4}$=400(元);

甲丙合做每天 1600÷$2\frac{6}{7}$=560(元).

从而三队合做每天(750+400+560)=1710(元).

于是甲独做每天 1710-400=1310(元);乙独做每天 1710-560=1150(元); 丙独做每天 1710-750=960(元).

再计算每队独做所需的天数:

甲乙合做每天能完成全部工作的$1\div2\frac{2}{5}=\frac{5}{12}$;

乙丙合做每天能完成全部工作的$1\div3\frac{3}{4}=\frac{4}{15}$;

甲丙合做每天能完成全部工作的$1\div2\frac{6}{7}=\frac{7}{20}$.

故三队合做每天能完成全部工作的$(\frac{5}{12}+\frac{4}{15}+\frac{7}{20})\div2=\frac{31}{60}$.

于是甲独做每天能完成$\frac{31}{60}-\frac{4}{15}=\frac{1}{4}$,即甲需 4 天,乙需$1\div(\frac{31}{60}-\frac{7}{20})=6$(天),丙需$1\div(\frac{31}{60}-\frac{5}{12})=10$(天).

所以可以确定,符合条件的是乙.

8. 10.5

$\frac{\overline{xyz}}{x+y+z}=\frac{100x+10y+z}{x+y+z}=1+\frac{99x+9y}{x+y+z}$,要使上式最小,显然 z 应该尽可能地大,于是 $z=9$.

从而原式=$1+\frac{99x+9y}{x+y+9}=1+\frac{9x+9y+81}{x+y+9}+\frac{90x-81}{x+y+9}=10+\frac{90x-81}{x+y+9}$

要使此式最小,y 也应尽可能大,取 $y=8$,原式$=10+\frac{90x-81}{x+18}=10+\frac{90(x+18)}{x+18}$ $-\frac{90\times18+81}{x+18}=100-\frac{90\times18+81}{x+18}$,要使此式最小,$x$ 应尽可能小,但 $x\neq0$,故取 $x=1$.

故$\frac{\overline{xyz}}{x+y+z}$的最小值是$\frac{189}{1+8+9}=10.5$.

9. 172.

设甲乙原有小球数为 a 和 b,五次挪动的情况如下表:

	开始	1	2	3	4	5
甲	a	$a-b$	$2a-2b$	$3a-5b$	$6a-10b$	$11a-21b$
乙	b	$2b$	$3b-a$	$6b-2a$	$11b-5a$	$-10a+22b$

故有$11a-21b=22b-10a$，于是$21a=43b$，即$a:b=43:22$.
注意到小球个数是整数，且$130<a\le 200$，且$a+b$应为偶数(否则不能平分). 于是有$a:b$=86:44=172:88, 所以$a=172$.

10. 4÷(1-5÷6).

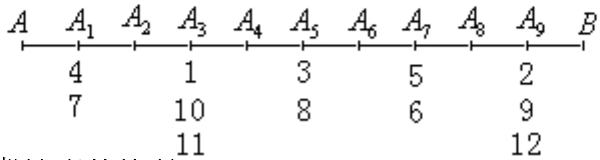
11. 设这 14 个整数由小到大依次为$a_1,a_2,a_3,\cdots,a_{14}$. 依题意有:

$$a_1+a_2+\cdots+a_{14}=170$$
$$a_2+a_3+\cdots+a_{13}=150$$

显然,最大数与最小数之和为 170-150=20,最大数$a_{14}\le 19$,最小数$a_1\ge 1$.
若$a_{14}<19$,则$a_2+a_3+\cdots+a_{13}$<7+8+…+18=150, 与已知矛盾,故$a_{14}=19$,且$a_2,a_3,\cdots,a_{13}$依次为 7, 8, …, 18.(否则其和小于 150).
故第二个数$a_2=7$.

12. 不能,理由如下:
若$A=(n-1)+n+(n+1)=3n$，$B=(n+2)+(n+3)+(n+4)=3(n+3)$.
则$A\times B=9n(n+3)$，因当n为奇数时，$n+3$是偶数，而当n为偶数时，$n+3$是奇数. 故$9n(n+3)$一定是偶数,不可能等于奇数 111111111.

13. 如图,将AB十等分,因甲乙速度之比为 3:7,它们第一次相遇时在A_3点,即甲车走了 3 个单位长,以后甲车每走 6 个单位就和乙相遇一次.



故两车相遇地点依次是:$A_3,A_9,A_5,A_1,A_7,A_7,A_1,A_5,A_9,A_3,A_9,\cdots$以 10 为周期循环. 故第 1996 次的相遇点为A_7,第 1997 次相遇点为A_1，A_1 A_7是 6 个单位长,为 120 千米. 故每个单位长 120÷6=20(千米),AB相距 20×10=200(千米).

14. 由于两地相距 999 公里,所以每一个里程碑上两边的里程数字之和应为 999. 故而每一个里程碑上两边数字相加时,没有进位. 因此,如果里程碑上只有两个不同数码,它们只可能是下面的 5 对(其和为 9 且不进位),即(0, 9),(1, 8),(2, 7)
(3, 6),(4, 5).

当里程碑一边三位数确定之后,另一边的三位数也随着确定. 因此不需要考察里程碑上的六个数码,只需着眼里程碑一边的三位数,仅限于用两个数码(包括只用一个)可以得到不同的三位数共有 2×2×2=8(个). 因此,只有两个不同数字的里程碑共有 5×8=40(个).

模拟训练题(十八)

一、填空题

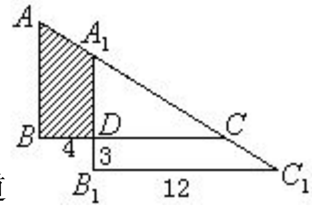
1. 分母是 385 的最简真分数有____个;它们的和是____.

2. 把 1996 个□排成一排,甲、乙、丙三个小朋友轮流对这些□染色.甲把第一个□染成红色,乙把接下去的 2 个□染成黄色,丙把接下去的 3 个□染成蓝色,甲再把接下去的 4 个□染成红色,乙把接下去的 5 个□染成黄色,丙把接下去的 6 个□染成蓝色,……,直至将全部□染上色为止.其中被染成蓝色的□共有____个.

3. 分别在混合循环小数 $3.57106\dot{4}$ 和 $1.67818\dot{9}$ 的小数点后面五位中的某一位上面添一个表示循环的圆点.使新产生的两个循环小数的差尽可能地小.那么,新产生的两个循环小数分别是____和____.

4. 一辆汽车从甲地开往乙地,如果把车速提高 20%,可以比原定时间提前 1 小时到达,如果以原速行驶 120 千米后,再将速度提高 25%,则可提前 40 分钟到达,则甲、乙两地相距____千米.

5. 下图是两个一样的直角三角形重迭在一起,按图标数字,阴影部分面积是______.



6. 把 1993 分成若干个自然数的和,且使这些自然数的乘积最大,该乘积是______.

7. 一次速算比赛共出了 100 道题,李明每分钟做 3 道题,张强每做 5 道题比李明少用 6 秒钟.那么张强做完 100 道题时,李明已做完____道题.

8. 有几位同学一起在计算他们语文考试的平均分.赵峰的得分如果再提高 13 分,他们的平均分就达到 90 分;如果赵峰的得分降低 5 分,他们的平均分只有 87 分.那么这些同学共有____人.

9. 在下面的乘法算式中, A,B,C,D,E 代表不同的数码. $\overline{ABC}$ 是一个三位数, $\overline{DE}$ 是一个两位数,则 $\overline{ABC}$ 是______, $\overline{DE}$ ______.

$$\begin{array}{r} A\ B\ C \\ \times\quad D\ E \\ \hline 4\ 0\ 6\ 3 \end{array}$$

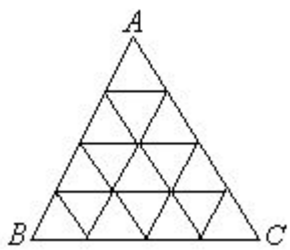
10. 有 20×20 的小方格组成一个大正方形.用 1~9 这 9 个数字中的任意一个填在每个小方格中,把形如“田”的田字格图形中的 4 个数相加,得到一个和数.那么,图中许许多多的和数中,至少有____个相同.

二、解答题

11. 一个旅行者准备穿过一个沙漠,行程需要 6 天,但是一个人一次只能携带 4 天的食物,他只好雇向导,帮他带食物,请问他最少需要雇几名向导?如何走法.

12. 在一桶含盐 10%的盐水中加进 5 千克食盐,溶解后,桶中盐水的浓度增加到 20%.桶中原来有多少千克盐?

13. 将 ΔABC 的每一边 4 等分,过各分点作边的平行线,在所得图中有多少个平行四边形?



14. 神话中一巨蟒有 1000 个头,大力士每次能用刀砍去 1,17,21 或 33 个头,但是巨蟒又相应地生出 10,14,0 或 48 个头.若巨蟒没有了头也不再能生出头来,大力士就战胜了巨蟒,问大力

士能战胜巨蟒吗?说明理由.

答 案

答 案:

1. 240,120.

因 385=5×7×11,在 1 至 385 中,5 的倍数有 $\frac{385}{5}=77$ (个);7 的倍数有 $\frac{385}{7}$ =55(个);11 的倍数有 $\frac{385}{11}=35$ (个).35(5×7)的倍数有 $\frac{385}{5\times7}=11$ (个);55(5×11)的倍数有 $\frac{385}{5\times11}=7$ (个);77(7×11)的倍数有 $\frac{385}{7\times11}=5$ (个);385 的倍数有一个.

由容斥原理知,是 5 或 7 或 11 的倍数的数的个数是 77+55+35-11-7-5+1=145 (个).故与 5,7,11 都互质的数有 385-145=240(个),即以 385 为分母的真分数中,最简分数有 240 个.

因当 $\frac{a}{385}$ 是最简分数时, $\frac{385-a}{385}$ 也是最简分数且其和为 1,即最简真分数是成对出现的,且每对两数之和为 1.从而 240 个最简真分数可分成 120 对,其和为 120.

2. 673.

因 1+2+3+…+62= $\frac{62\times63}{2}=1953$,而 1996-1953=43.故被染成蓝色的□共有

(3+6+9+…+60)+43= $\frac{(3+60)\times20}{2}$ +43=673(个).

3. $3.571\dot{0}6\dot{4}$, $1.6781\dot{8}\dot{9}$.

要使差尽可能小,被减数应尽可能地小,而减数应尽可能地大.故被减数表示循环的圆点要加在 0 上,而减数表示循环的圆点应加在 8 上,该数中有两位是 8,故选放在 9 前的 8 上.

4. 270.

设原定车速为 v 千米/小时,原定时间为 t 小时,则有: $vt=(1+20\%)v(t-1)$,

解得 $t=6$.

再设汽车行 120 千米用时为 t 小时,则有: $vt_1+(1+25\%)v(6-\frac{2}{3}-t_1)=6v$,

解得 $t_1=\frac{8}{3}$.

故汽车速度为 120÷ $\frac{8}{3}$ =45(千米/小时),于是甲乙两地相距 45×6=270(千米).

5. 30.

显然,梯形 A_1DBA 的面积与梯形 DCC_1B_1 的面积相等,而 DC =12-4=8.故面积为 $\frac{(8+12)\times3}{2}=30$.

6. $3^{663}\times2^2$.

因 1993=3×663+2×2,故将它分成 $\underbrace{3+3+\cdots+3}_{663个}$ +2+2 时,这些加数之积最大.

7.　94.
李明每60秒做3题,故每20秒做一题,做5题用时100秒.从而张强做5题用时100-6=94(秒),每题用时 94÷5=18.8(秒).
张强做 100 题时,用时 18.8×100=1880(秒),此时李明做完了 1880÷20=94
(题).

8.　6.
设这些同学共有 x 人,则有 $90x-13=87x+5$,解得 $x=6$.

9.　239,17.
将 4063 分解质因数得 4063=239×17.

10.　11.
在“田”字格中,最大的为 9+9+9+9=36,最小的为 1+1+1+1=4.故四数之和有 36-4+1=33(种).而在 20×20 的网格中,应有 19×19=361 个不同的“田”字形.故由抽屉原理,总有 $[\frac{361}{33}]+1=11$(个)相同.

11.　至少要雇 2 名向导,走法如下:设每人每天的食物量为单位 1.
第一天,旅行者与向导甲乙同行.一天后每人剩 3 个单位食物,甲给旅行者及乙各一单位,自己留 1 单位.
第二天,甲返回,旅行者,乙继续前行,这天后,二人各剩3个单位食品.乙给1个单位食品给旅行者,自己留 2 单位.
然后乙用 2 天时间返回,旅行者用 4 天穿过沙漠.

12.　在原来的盐水中,盐占水的 $\frac{10\%}{100\%-10\%}=\frac{10\%}{90\%}=\frac{1}{9}$,
增加食盐后,盐水中盐占水的 $\frac{20\%}{100\%-20\%}=\frac{20\%}{80\%}=\frac{1}{4}$,
增加食盐后,盐水中水的重量是 $5\div(\frac{1}{4}-\frac{1}{9})=36$(千克).
所以原来盐水重量为 36÷(1-10%)=40(千克).
原来盐的重量为 40×10%=4(千克).

13.　将平行四边形分成三类:Ⅰ尖角在上、下方;Ⅱ尖角在左下、右上方;
Ⅲ尖角在左上、右下方,并设每一个小三角形面积为 1.
在第Ⅰ类中,面积为 2 的有 6 个;面积为 4 的有 6 个;面积为 6 的有 2 个;面积为 8 的有 1 个,共有 15 个.
同理,在第ⅡⅢ两类中,平行四边形也各有 15 个,合计 45 个.

14.　巨蟒的头数的改变量依次是:增加9个,减少3个,减少21个,减少15个,都是3的倍数,而 1000 不是 3 的倍数.故大力士不能战胜巨蟒.

模拟训练题(十九)

一、填空题

1. 学生学军打靶,每打一发子弹中靶的环数是 0,1,2,…,10 环中的一种,某学生打了五发子弹,共中 45 环,那么这个学生五发子弹中环的环数分别是_____.
(已知无三发子弹所中环数相同)

2. 一个三位数被 37 除余 17,被 36 除余 3.那么,这个三位数是________.

3. 一个圆,它的半径的长度是 $123\dfrac{456}{789}$,那么它的面积的数值与周长的数值之比值是____.(答案用带分数表示,并写成最简分数)

4. [A]表示自然数 A 的约数的个数.例如,4 有 1,2,4 三个约数,可以表示成[4]=3.计算:([18]+[22])÷[7]=_____.

5. 苹果、梨子、桔子三种水果都有许多,混在一起成了一大堆,最少要分成____堆(每堆内都有三种水果).才能保证找得到这样的两堆,将这两堆合在一起,三种水果的个数都是偶数.

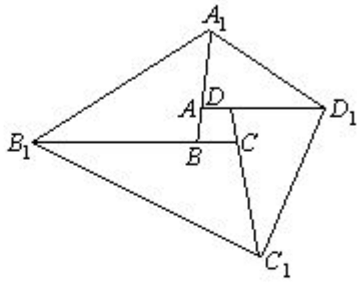
6. 有一高楼,每上一层楼需 2 分钟,每下一层楼需 1 分 30 秒,小明家住底层,他从底层于 12 点 25 分开始上楼送信给住最高层的王老师,交信时用了 1 分钟,立即返回底层家中,此时时间是 13 点 15 分,这座高楼一共有_____层.

7. 1000 个单位的年收入为 8200 万元到 98000 万元.由于失误,把一个最大的收入记为 980000 万元输入计算机.那么输入的错误数据的平均值与准确数据的平均值相差______万元.

8. 平面上有 5 个点,无三点共线,以任意三点组成一个三角形,则三角形的个数应为____.

9. 尼尔斯在骑鹅旅行时来到一个小岛上,这里不论是谁,每星期都有几天说真话,有几天则说假话.
有一天,尼尔斯遇到狐狸和狼,狐狸说:“每星期一、二、三是我说谎的日子.”而狼说:“每星期四、五、六是我说谎的日子，刚才狐狸说的不是真话!”
三天后，尼尔斯又遇到它们，他已经知道这天狐狸说的是真话，这天狼说的是_____话.

10. 已知四边形 $ABCD$ 面积为 1,将其四边 AD、DC、CB、BA 分别都延长 3 倍得到四边形 $A_1B_1C_1D_1$,则 $A_1B_1C_1D_1$ 的面积应是



二、解答题

11. 请你举出一个例子,说明“两个真分数的和可以是真分数，而且这三个分数的分母谁也不是谁的约数.”

12. 两架模型飞机用不同长度的金属线缚住,绕同一个定点水平地旋转,方向相反,里面的一架飞机转一圈需要 30 秒,外边的需要 60 秒,从它们第一次相互错过到第二次相错,所需的时间是多少秒?

13. 有 160 个机器零件,平均分派给甲、乙两车间加工.乙车间因另有紧急任务,所以,在甲车间已加工 3 小时后,才开始加工.因此,比甲车间迟 20 分钟完成任务,已知甲、乙两车间的劳动生产率的比是 1:3.问甲、乙两车间每小时各能加工多少个零件?

14. 如图(a)所示,在 4×4 的表格中填着 1 到 16 这 16 个自然数,允许同时将任何一行所有的数加 1,或同时将任何一列的所有数减 1.试问,如何通过这样的运算得到如图(b)所示的数表.

1	2	3	4
5	6	7	8
9	10	11	12
13	14	15	16

(a)

1	5	9	13
2	6	10	14
3	7	11	15
4	8	12	16

(b)

答 案:

1. 10, 10, 9, 9, 7 或 10, 10, 9, 8, 8.

2. 831.

设该数为 x, 则 $x=37k_1+17=36k_2+3$, 其中 k_1, k_2 都是整数.

从而有 $k_1+14=36(k_2-k_1)$, 即 k_1+14 是 36 的倍数. 于是 $k_1=22$, $x=37$×22+17 =831.

3. $61\frac{415}{526}$.

设半径为 r, 则面积数与周长数之比为 $\pi r^2:2\pi r=\frac{r}{2}=\frac{1}{2}\times(123+\frac{456}{789})=\frac{1}{2}\times(122+\frac{415}{263})=61\frac{415}{526}$.

4. 5.

原式=(6+4)÷2=5.

5. 9.

当两堆中三种水果每种奇偶性均相同时, 把它们合在一起, 三种水果的个数都是偶数. 而三种水果在每一堆中的奇偶性有 2×2×2=8(种), 由抽屉原理知, 至少要分成 8+1=9(堆), 才能保证一定有两堆合在一起, 三种水果的个数都是偶数.

6. 15.

设这座高楼一共 x 层, 依题意有 $2(x-1)+1+1.5(x-1)=50$, 解得 $x=15$.

7. 882.

最大的一个数的错误数据与实际数据相差 980000−98000=882000(万元).

故错误数据的平均值与准确数据平均值相差 882000÷1000=882(万元).

8. 10.

从五个点中选 3 点, 可考虑成从五个点中选两点不用, 共有 $\frac{5\times4}{2}=10$ (种)方法, 也就是有 10 个三角形.

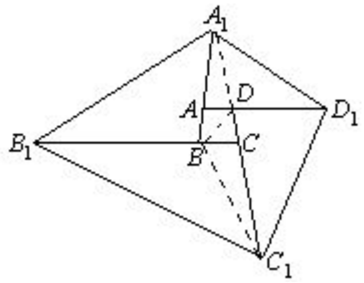
9. 真.

若尼尔斯再次遇到狐狸时是星期四, 这天狐狸说的是真话. 因此狐狸每星期一、二、三说谎, 那么尼尔斯初次遇到狐狸时, 狐狸说的是真话, 但那么是星期一, 狐狸应该说谎话, 产生矛盾. 故尼尔斯再次遇到狐狸时不是星期四, 同样也不应是星期五, 星期六.

若尼尔斯再次遇到狐狸时是星期日, 这天狐狸说的是真话, 三天前是星期四, 狐狸说的也应是真话. 因此狼说的应该是谎话, 但狼说它自己每星期四说谎却成了真话, 这不可能. 故尼尔斯再次遇到狐狸不是星期日, 同样可说明这天也不是星期一和星期二.

因此,尼尔斯再次遇到狐狸时必定是星期三,狐狸说的是真话,初次遇到狐狸是星期日,狐狸说的是谎话,当时狼说的是真话,即狼每星期四、五、六说谎.
故第三天后(星期三),狼说的是真话.

10. 25.
如图,连结 BD,A_1D,C_1B.ΔBCC_1 的面积=3×ΔBCD 的面积,而 ΔB_1C_1C 的面积=4×ΔBCC_1 的面积=12×ΔBCD 的面积.



同理可得,ΔA_1D_1A 的面积=12×ΔABD 的面积.于是 ΔB_1C_1C 的面积+ΔA_1D_1A 的面积=12×四边形 $ABCD$ 的面积=12.
同理,ΔA_1B_1B 的面积+ΔC_1D_1D 的面积=12,于是四边形 $A_1B_1C_1D_1$ 的面积=12+12+1=25.

11. 例如 $\frac{5}{12}+\frac{2}{15}=\frac{11}{20}$.

12. 里面一架飞机的速度是每秒转 $1\div30=\frac{1}{30}$(圈),外面一架飞机的速度是每秒转子 $1\div60=\frac{1}{60}$(圈),故它们两次相错需时 $1\div(\frac{1}{30}+\frac{1}{60})=20$(秒).

13. 设甲车间每小时可以生产 x 个零件,则乙车间每小时可以生产 $3x$ 个零件.依题意有:$\frac{80}{x}-\frac{80}{3x}=3-\frac{20}{60}$,解得 $x=20$,$3x=60$.
即甲车间每小时生产 20 个零件,而乙车间每小时生产 60 个零件.

14. 将第一行每个数加 9;第二行每个数加 6;第三行每个数加 3;第四行不动.再将第一列每个数减 9;第二列每个数减 6;第三列每个数减 3;第四列不动,即可达到目的.

模拟训练题(二十)

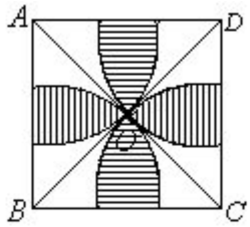
一、填空题

1. 计算: $\frac{1}{4}\times(4.85\div\frac{5}{18}-3.6+6.15\times3\frac{3}{5})+[5.5-1.75\times(1\frac{2}{3}+\frac{19}{21})]=$______.

2. 有100个苹果分给幼儿园某班的小朋友,已知其中有人至少分到3个.那么,这个班的小朋友最多有_____人.

3. $\underbrace{999\cdots99}_{1993个9}\times\underbrace{999\cdots99}_{1993个9}+\underbrace{1999\cdots99}_{1993个9}$的末尾共有零的个数是______.

4. 一列火车长152米,它的速度是每小时63.36公里.一个人与火车相向而行,全列火车从他身边开过用8秒钟.这个人的步行速度是每秒______米.

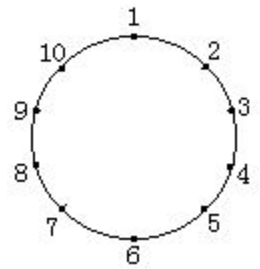


5. 已知$\overline{abcd}$是一个四位数,且$\overline{abcd}-\overline{dcba}=\square997$,方格中应填_____.

6. 在边长为1的正方形$ABCD$中,AC与BD相交于O,以A、B、C、D分别为圆心,以对角线长的一半为半径画圆弧与正方形的边相交,如图,则图中阴影部分的面积为______.(π=3.14)

7. 围棋盘是由横、竖各19条线段构成的,则这些线段构成长方形的个数为______.(不包括正方形).

8. 我的朋友的一位朋友,他出生的年份数正好有15个约数,他出生的月份数和日期数的最大公约数是3,最小公倍数是60.他是________出生的.



9. 十个人围成一个圆圈,每人选择一个整数并告诉他的两个邻座的人,然后每个人算出并宣布他两个邻座所选数的平均数,这些平均数如图所示,则宣布6的那个人选择的数是______.

10. 做一个长方形无盖的木盒,从外面量长10厘米,宽8厘米,高6厘米,木板厚1厘米,做这样的木盒一个,需厚1厘米的木板______平方厘米.

二、解答题

11. 一水池装有编号为‖‖』 ~的5个进水管,放满一水池的水,如果同时开放‖‖』号水管,7.5小时可以完成;如果同时开放‖』~号水管,5小时可完成;如果同时开放‖』 号水管,6小时可完成;如果同时开放‖ ~号水管,4小时可完成,问同时开放这5个水管,几小时可以放满水池?

12. 商店里有大、中、小规格的弹子盒子,分别装有同样规格的弹子13、11、7粒.如果有人要买20粒,那么不必拆盒(一大盒加一小盒即可)如果要买23粒,就必须拆盒卖,你能不能找出一个最小数,凡是来买弹子的数目超过这个数,肯定不必拆开盒子卖,请说明理由?

13. 一块正方形的蛋糕,厚$4cm$,正方形的边长是$15cm$,它的上表面和侧面有薄薄的一层奶油,要分给5个小朋友,怎样切法,才能使5块蛋糕体积相等,奶油层的面积也相等?

14. 上午8点08分,小明骑自行车从家里出发,8分钟后,爸爸骑摩托车去追他,在离家4公里的地方追上了他,然后爸爸立刻回家,到家后又立刻回头去追小明,再追上他的时候,离家恰好是8公里.问这时是几点几分?

答 案

1. 10.

原式$=\frac{1}{4}\times(4.85\times3.6-3.6+6.15\times3.6)+(5.5-\frac{7}{4}\times\frac{18}{7})$

$=\frac{1}{4}\times3.6\times10+(5.5-4.5)$

$=9+1$

$=10.$

2. 49.

若人数超过 49,则可能没有任何一个小朋友分到 3 个.

3. 3986.

原式$=\underbrace{999\cdots99}_{1993个9}\times(1\underbrace{00\cdots00}_{1993个0}-1)+1\underbrace{999\cdots99}_{1993个9}$

$=\underbrace{999\cdots99}_{1993个9}\underbrace{000\cdots00}_{1993个0}-\underbrace{999\cdots99}_{1993个9}+1\underbrace{00\cdots00}_{1993个0}+\underbrace{999\cdots99}_{1993个9}$

$=1\underbrace{000\cdots00}_{3986个0}.$

4. 1.4 米.

人与车的速度和为 152÷8=19(米/秒),而火车的速度为 $63.63\times\frac{1000}{3600}=17.6$(米/秒).故人的速度为 19-17.6=1.4(米/秒).

5. 2.

$\overline{abcd}-\overline{dcba}=(1000a+100b+10c+d)-(1000d+100c+10b+a)=999a+90b-90c-999d=9\times(111a+10b-10c-111d)$ 是 9 的倍数.

故□997 能被 9 整除,故应填入 2.

6. 0.57

设 $AO=a$,则 $a^2=\frac{1}{2}$.故阴影部分为 $\pi a^2-1=\frac{1}{2}\pi-1=\frac{1}{2}\times3.14-1=0.57$.

7. 27132.

围棋盘中长方形(包括正方形)共有 $\frac{19\times18}{2}\times\frac{19\times18}{2}=29241$(个).

其中正方形有 $1^2+2^2+\cdots+18^2=2109$ 个.故共有长方形(不包括正方形)

29241-2109=27132(个).

8. 1936 年 12 月 15 日.

因年号的约数是奇数,故年号是完全平方数,在二十世纪中,仅 1936 年的年号是完全平方数.

设他生日$3x$月$3y$日,(x,y互质)则$3xy=60$, $xy=20$. 将其分解成互质二数之积为 4×5 或 1×20(1×20 不合题意, 舍去). 故$x=4$, $y=5$, 即月份为 3×4=12, 日期为 3×5=15.

9. 1.

设宣布的数为i的人所选的数为xi, 则有

$x_2+x_4=6$, $x_4+x_6=10$, $x_6+x_8=14$, $x_8+x_{10}=18$, $x_{10}+x_2=2$.

将上五式相加, 得 2($x_2+x_4+x_6+x_8+x_{10}$)=50.

故$x_2+x_4+x_6+x_8+x_{10}$=25. 即 6+x_6+18=25, 于是x_6=1.

10. 288.

木盒的容积为(10-2)×(8-2)×(5-1)=192(立方厘米). 故需木板(10×8×6-192)÷1=288(平方厘米).

11. 设单开Ⅰ‖‖ ~号水管, 需要x_1,x_2,x_3,x_4,x_5小时放满全池. 则有

$$\frac{1}{x_1}+\frac{1}{x_2}+\frac{1}{x_3}=\frac{1}{7.5} \qquad (1)$$

$$\frac{1}{x_1}+\frac{1}{x_3}+\frac{1}{x_5}=\frac{1}{5} \qquad (2)$$

$$\frac{1}{x_1}+\frac{1}{x_3}+\frac{1}{x_4}=\frac{1}{6} \qquad (3)$$

$$\frac{1}{x_2}+\frac{1}{x_4}+\frac{1}{x_5}=\frac{1}{4} \qquad (4)$$

(1)+(2)+(3)+2×(4) 得

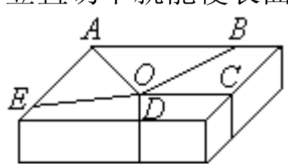
3×($\frac{1}{x_1}+\frac{1}{x_2}+\frac{1}{x_3}+\frac{1}{x_4}+\frac{1}{x_5}$)=1, 故同时开放这 5 个水管, 要 3 小时可以放满水池.

12. 这个数是 30.

因为 31=7+11+13, 32=7×3+11, 33=7+13×2, 34=7×3+13, 35=11×2+13, 36=11×2+7×2, 37=11+13×2.

这七个连续整数均不须拆开盒子卖, 故以后可在每个数的基础上, 加上 7 的若干倍就可以了.

13. 如图, A,B,C,D,E五点将正方形的周长五等分. O是正方形的中心, 沿OA,OB,OC,OD,OE竖直切下就能使表面上奶油层的面体相等, 每块体积也相等了.



14. 爸爸从第一次追上小明到第二次追上小明, 一共走了 12 公里, 小明走了 4 公里. 因此小明与爸爸的速度之比为 1:3.

爸爸第一次追上小明走了 4 公里, 在同一时间里, 小明走了 4×$\frac{1}{3}$公里. 故小明在前 8 分钟里走

了$4-4\times\frac{1}{3}=\frac{8}{3}$(公里),恰好每分钟走$\frac{1}{3}$公里.

小明从出发到爸爸第二次追上他一共走了 8 公里,需要的时间是$8\div\frac{1}{3}$=24(分钟),这样爸爸第二次追上小明是 8+24=32(分),即 8 点 32 分.